UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

# Diseño de una propuesta para un proceso de enseñanza-aprendizaje de las inecuaciones lineales, con mediación de las TIC, para los estudiantes sordos.

**Luis Fernando Bohórquez Vahos**

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Medellín, Colombia
2015

# Diseño de una propuesta para un proceso de enseñanza-aprendizaje de las inecuaciones lineales, con mediación de las TIC, para los estudiantes sordos.

**Luis Fernando Bohórquez Vahos**

Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de:

**Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales**

Directora:
Ph.D M.Sc  Lina María Gómez Echavarría

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Medellín, Colombia
2015

## Dedicatoria

*A mis hijos Daniel y Felipe y a mi esposa Gladys Elena, quienes con su incondicional apoyo, a pesar de los difíciles momentos que vivimos.*

*A mi madre y hermanos que siempre confían en mí.*

*Muchas gracias a todos.*

# Agradecimientos

*A Lina María Gómez Echavarría, la asesora del trabajo, quien me tendió la mano, me apoyó y animó en momentos complicados y con quién aprendí muchísimo.*

*A todos los que confiaron y creyeron en mí…*

# Resumen

Es un hecho más que conocido la dificultad que tienen en general los estudiantes con las matemáticas y en particular para los estudiantes discapacitados, como es el caso de los estudiantes sordos de la Institución Educativa Francisco Luis Hernández Betancur. Por lo tanto, en esta investigación se propone la enseñanza de las inecuaciones lineales para el grado 11 con ayuda de las TIC, en particular se utiliza el software Geogebra; además, como marco teórico se utiliza la teoría APOE, en la cual se realiza la descomposición genética que permita abordar de una mejor manera la temática de las inecuaciones lineales y de sus conceptos asociados. Durante el desarrollo de la investigación se realizan pruebas de diagnóstico y de seguimiento, tanto en papel como con la ayuda del software, con el fin de realizar un seguimiento y evidenciar los pasos del objeto, las inecuaciones, por las diferentes etapas: acción, proceso, objeto y esquema. Se encontró grandes dificultades para dar la respuesta en forma de los intervalos y como conjunto; mientras que el manejo algebraico mejoró considerablemente.

La propuesta de enseñanza sobre el concepto de inecuaciones lineales, pretende facilitar al estudiante sordo, la comprensión de dicho objeto, utilizando para ello el resolver ejercicios y problemas con mediación de las nuevas tecnologías, con la finalidad de que desarrollen competencias de interpretación, argumentación y proposición; o según el ICFES, en la prueba de matemáticas se definen tres competencias que recogen los elementos centrales de los procesos de pensamiento que se describen en los Estándares Básicos de Competencias: interpretación y representación; formulación y ejecución; y argumentación. (ICFES, 2014).

**Palabras clave:** inecuaciones, sordo, TIC, competencias.

# Summary

It is a known fact but generally have difficulty with math students, particularly for students with disabilities, such as deaf students of School Francisco Luis Hernandez Betancur. Therefore, in this study the teaching of linear inequalities to grade 11 with the help of ICT proposed, in particular the Geogebra software is used; Additional theoretical framework APOS theory is used, in which the genetic decomposition that allows for a better way to address the issue of linear inequalities and their associated concepts are made. During the development of research diagnostic tests and monitoring are performed, both on paper and using the software, in order to track and demonstrate the steps of the object, the inequalities, through different stages: action, process object and scheme. Great difficulties to give the answer in the form of intervals and as a whole was found; while the algebraic handling improved significantly.

The proposed teaching on the concept of linear inequalities, aims to facilitate the deaf student understanding of the object, using the exercises and problems solving mediation of new technologies, in order to develop skills of interpretation, argument and proposition; or by the ICFES, in the mathematics test three competencies that reflect the core elements of the thought processes that are described in the Core Competency Standards are defined: interpretation and representation; formulation and implementation; and argumentation. (ICFES, 2014).


Keywords: inequalities, deaf, ICT skills.

# Contenido

# Lista de figuras

# Lista de tablas

# Introducción

En general los estudiantes de Educación Media muestran un bajo nivel de desempeño en matemáticas, tal como se evidencia en los resultados de las pruebas Saber 11. Particularmente, en los estudiantes sordos, este bajo nivel se nota e influye en gran medida para que ni siquiera, presenten examen de admisión para educación superior.

Algunos factores que influyen en los bajos resultados académicos en matemáticas, para el estudiante con discapacidad auditiva, parten de la lengua en que se presentan las matemáticas, siguen con las pruebas que no están acondicionadas para ellos (no están en Lengua de Señas); esto conlleva a la desmotivación de los estudiantes sordos frente a conceptos matemáticos. No podemos dejar de lado, la rigidez en las estrategias y los pocos o limitados recursos para enseñar matemáticas, y el excesivo énfasis, por no decir el único, en el aspecto procedimental (algorítmico) de la matemática que solo promueve el pensamiento analítico-aritmético.

En esta investigación se propone abordar el tema delas inecuaciones lineales. Tema que presenta muchas dificultades tanto en la enseñanza como en el aprendizaje, en un grupo de sordos de la Institución Educativa Francisco Luis Hernández Betancur, del grado once. Se decide estudiar el objeto inecuaciones lineales por su importancia en las matemáticas; pues se requiere para establecer relaciones de comparación, es de suma utilidad para definir el dominio y rango de funciones y por su frecuente utilidad en muchos problemas que tienen que ver con la función lineal y la optimización.

Según la experiencia en el aula, la enseñanza de inecuaciones con sordos, se reduce a una técnica operacional y a su manipulación algebraica. Esto conlleva a que los estudiantes tengan acceso muy limitado a la comprensión del tema e, incluso, a los procedimientos de resolución de una inecuación. Mucho más, cuando el estudiante sordo requiere partir de situaciones contextualizadas y concretas, principalmente visuales, conectarse con el contenido del tema y, así, tratar de alcanzar un buen aprendizaje.

Si bien no existen reglas o mecanismos que garanticen la obtención del conocimiento, si es posible desarrollar algunos elementos que potencialicen el interés por tal conocimiento. Ese es un aspecto fundamental para tener en cuenta en esta investigación.

Adicionalmente, la propuesta se apoya en el uso de las TIC, debido a la mejora en el aprendizaje de las matemáticas con el uso de ellas en los estudiantes sordos. En particular se utilizará el software GeoGebra, el cual se usará en el aula de clases con el fin de contribuir a la mejora del aprendizaje de las matemáticas y en particular de las inecuaciones lineales, con su manejo.

Como marco teórico para la organización de los temas en el aula se utilizará la teoría APOE (*acrónimo de Acciones, Procesos, Objetos y Esquemas*), para lo cual se propondrá diseñar y analizar una descomposición genética, con actividades que ayuden a la construcción del concepto de inecuación lineal, y a comprender los procesos de resolución en problemas contextualizados.

En el primer momento, Aspectos Preliminares, se presentan las concepciones que se consideran apropiadas y que se convierten en la guía para estructurar el enfoque de la investigación; se presentan entonces los aspectos importantes de cada teoría y que posiblemente serán, esas teorías, magníficos referentes para desarrollar la investigación.

En la siguiente etapa, la correspondiente a Marco Referencial, se presenta la revisión y fundamentación teórica en lo que tiene que ver con la enseñanza de las matemáticas para el estudiante sordo, particularmente para el tema inecuaciones lineales. También aparece la teoría que se considera más apropiada, la teoría APOE, una teoría relativamente “joven”, pero que cumple con tener los elementos requeridos para considerarse como tal.

La parte legal en sus diferentes presentaciones (acuerdos, leyes, decretos, etc.), son integrados en este apartado, enfatizando la normatividad que benefician y la que tiene en cuenta la discapacidad y, en especial, para la población sorda, la que será objeto de investigación en lo concerniente a un grupo de undécimo grado como representante.

El numeral 3, el Diseño metodológico, describe el proceder que realizará el investigador que es el mismo docente, en cuanto a conocer la población a la que está dirigida, las estrategias que se utilizarán, todo guiado por la literatura consultada y exitosa aplicación en el campo del proceso enseñanza aprendizaje de inecuaciones con estudiantes sordos.

En el desarrollo de la propuesta, momento 4, se describen elementos fundamentales en la educación del estudiante sordo: su contexto, su lenguaje, la comunicación con oyentes. Por supuesto, se presentan los resultados encontrados en el análisis de las diferentes evaluaciones y prácticas, tanto de la matemática como del software geogebra (uso de las TIC). Finalmente, las conclusiones y recomendaciones en el apartado cinco, se manifiestan según los referentes teóricos.

# 1. Aspectos Preliminares

## 1.1 Tema

El eje regente es la enseñanza de las inecuaciones lineales en estudiantes sordos, por medio de las TIC. Se busca en el docente, un cambio en su enfoque de la forma como viene dictando este concepto de las matemáticas, en una institución educativa. Pues, por la poca importancia y funcionalidad que se da y se presenta con las inecuaciones lineales, su aprendizaje no es el más conveniente y termina siendo una imitación del proceso resolver una ecuación.

El aprendizaje de la inecuación lineal por parte del estudiante sordo, se nota complicado por las diferentes representaciones que requiere o se presenta en una solución y, claro, por la dificultad para enlazar el gráfico con el álgebra.

El formular actividades que utilicen las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), puede llevar a mejorar los procesos de enseñanza y de aprendizaje, desarrollar capacidades, atender necesidades educativas especiales (MEN, Competencias TIC, 2013). El utilizar GeoGebra® como herramienta TIC con estudiantes sordos, del grado undécimo, de la Institución Educativa Francisco Luis Hernández Betancur, pretende potencie el aprendizaje como esquema de la inecuación lineal.

## 1.2 Problema de Investigación

### 1.2.1 Antecedentes

En esta investigación co-existen dos aspectos: la enseñanza de las inecuaciones lineales como tal y la enseñanza de las matemáticas en estudiantes sordos, a continuación se describen algunos antecedentes alrededor de estas dos temáticas.

**Enseñanza de las inecuaciones lineales**

En la búsqueda de información para realizar este trabajo, se encuentran diversas investigaciones que describen dificultades en el proceso enseñanza - aprendizaje de las desigualdades e inecuaciones lineales, en diferentes niveles; esto es, en bachillerato y en universidad.

Dificultades en el aprendizaje de las desigualdades e inecuaciones en alumnos de primer curso de Bachillerato, fue una investigación realizada con el objetivo de describir y analizar algunos de los errores y dificultades en el aprendizaje de las inecuaciones, con el fin de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las mismas. (Garrote, Hidalgo, & Blanco, 2004). Por su parte, María Cristina Velasco Narváez (2011), presenta los principales aspectos que permiten caracterizar detalladamente la problemática del aprendizaje, y la enseñanza de las inecuaciones lineales con valor absoluto.

De igual manera, en el vecino país del Perú, presentan la elaboración, aplicación y análisis de resultados de una secuencia didáctica orientada a superar las dificultades que tienen los estudiantes tanto en la comprensión de los procesos de resolución de inecuaciones cuadráticas, como en la resolución de problemas que requieren el uso de este objeto matemático. (Núñez, 2012)

En la tesis de doctorado de Barbosa Alvarenga (2006), “Inecuaciones: un análisis de las construcciones mentales de los estudiantes universitarios”, presenta una serie de construcciones mentales o esquemas que el estudiante puede desarrollar para comprender el concepto de inecuación. El análisis teórico del concepto inecuación lo realiza según el marco teórico APOE.

Carlos M. Hernández Hechavarría, en 2013, con el uso del GeoGebra en ecuaciones, inecuaciones, sistemas y funciones, presenta como este programa, permite profundizar en fundamentos de la matemática escolar pues permite integrar, comprender y utilizar, con facilidad y rapidez, contenidos de distintas áreas para justificar procedimientos y resultados. Ilustra la posibilidad de integrar contenidos que generalmente se tratan de manera fragmentada y la posibilidad de diferenciar la enseñanza a partir de estos.

La tesis peruana: Mediación del software GeoGebra en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria, es una investigación centrada en la enseñanza de la Programación Lineal con alumnos del quinto grado de educación secundaria, de la Institución Educativa N° 1136 “John F. Kennedy”. En ella se propone a GeoGebra como software mediador de la enseñanza, pues con este y las situaciones de aprendizaje propuestas a través de una serie de actividades, se puede lograr con los estudiantes manipular, conjeturar, esbozar y plantear posibles soluciones mientras construyen el conocimiento, y transitar por los registros de representación verbal, algebraico y gráfico de manera natural y espontánea. (Bello, 2013)

En general, se evidencia una gran cantidad de trabajos en la enseñanza de las inecuaciones lineales y también se encontró en algunos de ellos el uso de herramientas TIC, en particular del software Geogebra. También aparecen investigaciones que describen investigaciones realizadas alrededor del aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes sordos.

**Enseñanza de las matemáticas en estudiantes sordos**

Existen algunas investigaciones que se refieren a temas particulares de matemáticas para estudiantes sordos, desde la teoría APOE. De igual manera se encuentra documentación del trabajo matemático con estudiantes, utilizando las TIC, en especial con el software GeoGebra.

Para Carlos Alfonso Castro Tirado, en 2013, en el proceso enseñanza y aprendizaje de las matemáticas existe una relación básica e importante: el lenguaje. Pero ¿qué pasa cuando los estudiantes son sordos? En esta presentación, procura mostrar la experiencia de como un profesor sin ser capacitado para tal situación, busca alternativas para sus clases con población sorda, en grados Décimo y Undécimo de la I.E. Camacho Carreño, de la ciudad de Bucaramanga.

Con el ánimo de propiciar el desarrollo y la comprensión de la fracción en su interpretación como cociente en un grupo de estudiantes sordos, se implementó una secuencia didáctica, con resultados que refieren al potencial de representación gráfica al que acuden los estudiantes sordos como estrategia de solución. (Rodríguez & Torres, 2013)

Raul Peña Giraldo y Eliécer Aldana Bermúdez en 2013, como parte de una investigación, realizaron con estudiantes sordos de octavo y décimo, un estudio de caso para lograr la comprensión del concepto función. El estudio se fundamenta en el marco teórico de los registros de representación semiótica, apoyado en el diseño, desarrollo e implementación de un software.

Con el marco de la teoría APOE, Giselle Mora Ocares y Marcela Parraguez González, (2012), con la investigación: “Estudio de la función lineal en estudiantes con déficit auditivo: ¿Un problema de tiempo o ritmo de aprendizaje?”, pretenden responder a cómo estudiantes sordos construyen el concepto función lineal.

Con el software educativo hipermedial “poligron”, como herramienta didáctica para mejorar el proceso de aprendizaje de los polígonos especialmente en personas con discapacidad auditiva, María Josefina Huertas Dávila y otros en el 2010, plantean lo importante que es utilizar algún medio de interés para los alumnos (computadores, internet, entre otros) que permita acercarlos a las áreas del conocimiento.

Existe pues un interés por los procesos de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas para estudiantes sordos, desde diferentes marcos teóricos y en algunos casos con el apoyo de las TIC.

### 1.2.2 Formulación de la pregunta

Partiendo de los errores que se encuentran en la solución de inecuaciones lineales, por parte de los estudiantes, y aquí los estudiantes sordos no son la excepción, puesto que tratan inecuaciones y ecuaciones de la misma forma y no establecen diferencias entre ellas, pasando por la no distinción en las propiedades de las desigualdades, se puede concluir el desconocimiento del proceso o esquema del concepto inecuación. (Garrote, Hidalgo, & Blanco, 2004)

La dificultad para alcanzar el concepto inecuación tiene que ver con los saberes anteriores pero necesarios que, al no estar correctamente interiorizados, obstaculizan el aprendizaje del concepto propuesto. Son los casos de operaciones básicas en los diferentes conjuntos numéricos, los procesos y operaciones algebraicas, las funciones, la relación de orden en los Reales, etc., lo que conlleva a deficiencias en la solución de inecuaciones lineales.

Con este trabajo, al identificar dificultades en la enseñanza y aprendizaje de las inecuaciones lineales con estudiantes sordos, se busca proponer estrategias didácticas, que permitan para mejorar el proceso enseñanza aprendizaje de las inecuaciones lineales. Surge entonces la pregunta:

¿Cómo superar las dificultades que tienen los estudiantes sordos, del grado once, tanto en la comprensión de los procesos de resolución de inecuación lineal, como en la resolución de problemas que requieren el uso de este concepto matemático?

### 1.2.3 Descripción del problema

Producto de la experiencia en la educación media, grados 10 y 11, se puede describir la forma como se imparten los conocimientos en el aula; aunque existen ideas y propuestas teóricas, aún prevalecen los principios tradicionales, donde los procedimientos son rígidos y algorítmicos.

Se comienza con la explicación de los conceptos básicos, las definiciones y reglas para abordar el tema, teoremas y, finalmente, se presentan algunas aplicaciones del tema tratado. Es una ruta fija y muy de la mano de los textos utilizados como guías.

Estas observaciones, no solo en el tema de inecuaciones lineales, nos muestran como en la enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria y media, si bien está enrutada según los lineamientos curriculares (MEN, 1998), se fundamenta en indicaciones para procesos de resolución, a la manipulación algebraica, a la realización de ejercicios de rutina, dejando de lado el entendimiento, la comprensión y la apropiación de temas y ejercicios, además de utilizar ejemplos y problemas no contextualizados. También es evidente su dirección y su alcance: está dirigida y planeada para estudiantes sin ningún tipo de discapacidad.

En esas mismas observaciones, en matemáticas, es fundamental el uso de símbolos, en su gran mayoría escritos, esto a su vez, es un escollo para el estudiante sordo, dado que no tienen un adecuado manejo de la escritura pues, la Lengua de Señas Colombiana (LSC), es su lengua natural. El resultado es que confluyen tres sistemas de lenguaje: el escrito (Lengua Castellana), el de los símbolos propios de las matemáticas y la Lengua de Señas Colombiana (LSC).

Así entonces, las dificultades que se presentan para obtener un aceptable desempeño académico de los estudiantes sordos, en inecuaciones lineales y, en general, de cualquier tema que involucre matemáticas (aritmética, álgebra, trigonometría, geometría, estadística, cálculo), son de diversa índole. Esto sin desconocer las dificultades de índole lingüísticas que corresponden a niveles de lectura en Lengua Castellana Escrita, y dominio de LSC en matemáticas, bajos.

Las dificultades también se presentan por *"la poca evidencia de sistematización de estudios, investigaciones y experiencias pedagógicas con esta población en campos específicos como la didáctica del lenguaje y la didáctica de las matemáticas"* (Guilombo & Hernández, 2011)

Influye en el proceso de enseñanza – aprendizaje y, por tanto, en las dificultades, la dualidad educación formal − educación especial, en donde se considera al sordo como un discapacitado y requiere de educación especial, aunque disposiciones recientes, por fortuna, la educación para los niños, niñas y adolescentes en situación de vulnerabilidad y discapacidad, además de obligatoria por mandato constitucional, debe ser tal que les permita acceder, permanecer y concluir los diferentes ciclos educativos, en cualquier institución de educación formal.

En el tema específico de las inecuaciones Barbosa (2003) manifiesta "*la resolución de inecuaciones es emprendida por estudiantes de enseñanza media/superior con innumerables errores de concepción, de entendimiento y de empleo de las propiedades del cuerpo ordenado de los números reales*".

Como parte de las dificultades que el estudiante sordo encuentra en inecuaciones, está la forma de impartir la clase por parte del docente. El docente debe modificar sus clases, sus formas de presentar los temas, buscar alternativas y nuevas estrategias didácticas, para superar esa inadecuada apropiación de los conocimientos matemáticos por parte de los estudiantes.

En el tema inecuaciones lineales, se encuentran limitaciones y dificultades, tanto en la enseñanza como en el aprendizaje de este objeto matemático:

- Para el objeto en consideración, las primeras clases corresponden a definiciones, a la notación formal, generalmente la correspondiente al texto guía y, rápidamente, a las técnicas de resolución presentadas como simples pasos a seguir.
- Para el estudiante sordo, no se consideran aplicaciones en problemas contextualizados, en la enseñanza de las inecuaciones lineales.
- En la resolución, los estudiantes aprenden técnicas algebraicas “simples” y de manera mecánica; quedando la sensación de que no tienen claridad de lo que es resolver una inecuación.
- Los estudiantes utilizan los mismos procedimientos utilizados en la resolución de ecuaciones, “porque así lo enseñó el docente”, pero muchas veces, no logran continuar con el procedimiento iniciado, y tampoco logran obtener el conjunto solución.
- Dificultades para identificar o para obtener inecuaciones equivalentes, especialmente cuando el término con la incógnita, tiene signo negativo.
- Dificultades para determinar la solución de la inecuación en sus diversas formas: gráfica, como intervalo, como conjunto.

A propósito de todo esto, se plantea lo siguiente:

¿Será posible mejorar el proceso de enseñanza – aprendizaje, para la resolución de inecuaciones lineales con los estudiantes sordos, del grado once, de la IE Francisco Luis Hernández Betancur, diseñando una descomposición genética mediada por TIC?

## 1.3 Justificación

Los docentes de la Institución Educativa Francisco Luis Hernández Betancur, evidencian las grandes dificultades y deficiencias de los estudiantes sordos, con todas las áreas de matemáticas (aritmética, álgebra, trigonometría, geometría, estadística, cálculo). Similarmente en el estudio García Suárez, (2010), se “*plantea el problema de analizar los errores y dificultades al resolver tareas algebraicas que aparecen en las respuestas de una prueba departamental realizada por alumnos de primer curso a nivel de Licenciatura del Centro Universitario de la Costa Sur de la Universidad de Guadalajara, México*.”

Entre algunos grupos en los que pueden reunirse las dificultades tenemos:

- Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos del álgebra que operan en sentidos: semántico y sintáctico;

- asociadas a los procesos de pensamiento y que surgen debido a la naturaleza lógica del álgebra;

- asociadas a los procesos de enseñanza, que se derivan del propio currículum de matemáticas, de la institución escolar y de los métodos de enseñanza;

- asociadas a los procesos de desarrollo de los estudiantes y, por último,

- asociadas a las actitudes afectivas y emocionales de los estudiantes hacia el álgebra.

Con el caso particular, el de inecuaciones lineales, a pesar de llevar varios años trabajando con conjuntos de números diferentes a los Naturales, los estudiantes sordos solo tienen como referencia tales números, ni siquiera los Enteros, lo que dificulta la comprensión y significado de intervalo. Es esta una constante en la resolución de diferentes situaciones. De igual manera aunque se involucran variables en las inecuaciones, su significado no lo tienen suficientemente claro.

Se encuentran dificultades de interpretación pues aunque resuelvan la inecuación, les cuesta sacar conclusiones. En la solución se evidencian errores en las operaciones, en el uso de los paréntesis, con los signos $<$ y $>$, de la propiedad distributiva, al operar con números enteros y en el paso de una inecuación a otra equivalente.

No encuentran diferencias conceptuales entre ecuación e inecuación, ya que usan ambos términos para referirse al segundo.
Las dificultades para manejar expresiones que impliquen el signo “−” (menos) en las

inecuaciones y la relación de orden en los números reales, son evidentes. Son pocos los estudiantes que seleccionan la respuesta correcta dando argumentos.

La mayoría de los estudiantes se limitan a despejar usando las técnicas para resolver ecuaciones; el objetivo es operar y despejar la incógnita sin tener en cuenta el sentido que pueda o no tener el resultado obtenido. Otras dificultades son:

- Dificultad para entender que el resultado de una inecuación no es un valor (de la incógnita) sino que es un intervalo o, mejor, un conjunto de números.

- Dificultades al leer de izquierda a derecha o de derecha a izquierda, es decir, dificultades para reconocer la equivalencia de las expresiones $x > 5$ y $5 < x$.

Por todo lo anterior se evidencia la necesidad de plantear nuevas y diferentes propuestas, para la enseñanza de las inecuaciones lineales en los estudiantes sordos.

## 1.4 Objetivos

### 1.4.1 Objetivo General

Desarrollar unas estrategias didácticas para el proceso enseñanza – aprendizaje del concepto de inecuación lineal, en el grado undécimo de sordos, mediadas en las TIC, en la IE Francisco Luis Hernández Betancur.

### 1.4.2 Objetivos Específicos

1. Describir las principales características del aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes sordos.

2. Describir la teoría APOE y sus aplicaciones en estudiantes sordos.

3. Describir las inecuaciones lineales, haciendo énfasis en su descomposición genética hipotética.

4. Aplicar la teoría APOE a las inecuaciones lineales, en el grado undécimo de sordos, de la IE Francisco Luis Hernández Betancur.

5. Desarrollar actividades interactivas apoyadas en las TIC, para la enseñanza de las inecuaciones lineales.

# 2. Marco Referencial

Una de las pretensiones de este trabajo es identificar las dificultades con el tema inecuaciones, a partir de las construcciones mentales realizadas por el estudiante sordo, para así mejorar las prácticas de enseñanza, se busca una teoría apropiada para ese fin.

Una propuesta que se ajusta a lo pretendido es la teoría APOE, la que describe construcciones mentales que realizan los estudiantes para alcanzar la comprensión de diversos conceptos de matemáticas.

## 2.1 Marco Teórico

La teoría APOE se apoya en los trabajos de Piaget, quien plantea que para describir el desarrollo del pensamiento lógico del niño, se utiliza el concepto de abstracción reflexiva, y extiende la idea a nociones matemáticas más avanzadas. (Dubinsky, 1991), mencionado en (Roa–Fuentes & Oktaç, 2012)

### 2.1.1 Teoría Piaget

El problema a resolver para Piaget tiene que ver con el conocimiento y su origen, cómo conocemos y cómo pasamos de estados de conocimiento de menor validez a estados de conocimiento de mayor validez, aquel al que sólo el adulto puede acceder.

Para conocer los objetos el sujeto tiene que actuar sobre ellos y transformarlos: desplazarlos, agarrarlos, conectarlos, combinarlos, separarlos, unirlos, etc. La acción es el fundamento de toda actividad intelectual, desde aquella más simple y ligada a la actividad observable, inmediata, hasta las operaciones intelectuales más complejas, ligadas a la representación interna del mundo. Para Piaget, el conocimiento está unido a la acción, a las operaciones, es decir, a las transformaciones que el sujeto realiza sobre el mundo que le rodea (Delval, 1996; p. 106-107, citado por Villar (2003)).

> *El fundamento sobre la construcción del conocimiento es la equilibración. Tal equilibración se lleva a cabo mediante dos procesos, íntimamente relacionados y dependientes, que son la asimilación y la acomodación.*
>
> *La asimilación es el fundamento para poder crear algo nuevo. Podría decirse que es el proceso por el cual el sujeto intenta integrar la nueva realidad con la que se enfrenta dentro de unos esquemas dados previamente. Antes de elaborar una idea nueva sobre algo tenemos que tener en cuenta las anteriores ya conocidas.*
>
> *La acomodación sería el proceso inverso de la asimilación. Es la fase por la cual el sujeto intenta readaptar los esquemas previamente existentes a las nuevas realidades a las cuales se enfrenta. El individuo ajusta o puede adecuar sus necesidades, a esa parte de la realidad que ha sido asimilada. Por lo tanto, implica necesariamente una modificación de la organización actual de los esquemas en respuesta a las demandas del medio y significa la adaptación del esquema cognoscitivo congénito a las variaciones del ambiente.*
>
> *Es el proceso mediante el cual el sujeto se ajusta a las condiciones externas. No sólo aparece como necesidad de someterse al medio, sino se hace necesaria también para poder coordinar los diversos esquemas de asimilación.* (Pacheta, 2012)

Mediante la asimilación y la acomodación vamos reestructurando cognitivamente nuestro aprendizaje a lo largo del desarrollo (reestructuración cognitiva). Interactúan mutuamente en un proceso equilibrador o regulador, de nivel más alto, que gobierna la relación entre la asimilación y la acomodación.

Cuando un individuo se enfrenta a una situación, en particular a un problema matemático, intenta asimilar dicha situación a esquemas cognitivos existentes. Es decir, intentar resolver tal problema mediante los conocimientos que ya posee y que se sitúan en esquemas conceptuales existentes. Como resultado de la asimilación, el esquema cognitivo existente se reconstruye o expande para acomodar la situación.

El binomio asimilación-acomodación produce en los individuos una reestructuración y reconstrucción de los esquemas cognitivos existentes. Si los individuos construyen su propio conocimiento, la equilibración expresa el proceso mediante el cual se produce tal construcción, señalándose así el carácter dinámico en la construcción del conocimiento por los individuos, como hipótesis de partida para una teoría del análisis de los procesos cognitivos (García, 1997, p 41), mencionado en (García Cruz, 1998).

### 2.1.2 Abstracción reflexiva

Desde una perspectiva piagetiana, el desarrollo de un nuevo concepto matemático es un proceso que conlleva la construcción de estructuras cognitivas a partir de estructuras previamente disponibles. El mecanismo por el cual se lleva a cabo esta construcción es la abstracción reflexiva (Piaget, 2001), mencionado por (Roig & Llinares, 2010).

Piaget afirma que la abstracción reflexiva es reflexiva en dos sentidos complementarios: Primero, se transpone a un plano superior lo que se toma de un plano inferior (por ejemplo, al conceptualizar una acción). Llamamos a dicha transferencia o proyección un reflejamiento. En el otro sentido, se debe reconstruir en el nuevo nivel 2 lo que se ha tomado del nivel 1. Esta reorganización será llamada reflexión, que reconstruye y reorganiza, incluso amplia, lo que fue transferido por reflejamiento. (Piaget & García, 1989)

> *“Por ejemplo, un estudiante puede partir de su conocimiento sobre la idea de múltiplo para pensar en un conjunto de múltiplos de un número a y pensar en un conjunto de múltiplos de b, pero para llegar a la idea de múltiplo común, es necesario considerar simultáneamente ambos conjuntos de múltiplos y los números que cumplen al mismo tiempo las dos condiciones. Ver un número cumpliendo las dos condiciones al mismo tiempo puede considerarse una*

*«transposición a un plano superior», pues se comienza a pensar sobre estos números más allá de lo que ya se conoce. Una vez reconocida la posibilidad de que un número cumpla las dos condiciones (ser múltiplo de «a» y de «b» a la vez), el estudiante puede iniciar una «reconstrucción» al establecer relaciones con otras ideas (por ejemplo, la manera de identificar esta característica cuando los números están descompuestos en producto de factores primos). En estos momentos es una cuestión pendiente analizar el proceso por el cual los estudiantes llegan a desarrollar estas relaciones que conllevan la construcción del significado de múltiplo común."* (Roig & Llinares, 2010)

### 2.1.3 Teoría APOE

El presente trabajo se desarrolla con base en la teoría APOE, una teoría de aprendizaje constructivista, formada con las iniciales de los términos: acciones, procesos, objetos y esquemas, construcciones mentales que realiza el estudiante para adquirir conceptos matemáticos. En inglés, la teoría es APOS, por las iniciales de los términos: actions, processes, objects and schemas.

La teoría se apoya en los trabajos de Piaget, quien plantea que para describir el desarrollo del pensamiento lógico, se utiliza el concepto de abstracción reflexiva (Noreña, Parra, & Ruiz, 2009). Influido por la propuesta de Piaget acerca de la abstracción como base para la construcción de los conceptos matemáticos, Dubinsky 1992, desarrolló la teoría APOE, mencionado en (Aldana, 2011); (Porras, 2011); (Mora & Parraguez, 2012); (Roa & Oktac, 2010).

La teoría APOE plantea un espiral de investigación determinada por tres componentes: un análisis teórico, el diseño y aplicación de enseñanza y el análisis y verificación de datos. Se centra en la manera en que los estudiantes, a partir de sus estructuras matemáticas previas, aprenden los conceptos matemáticos; estas estructuras evolucionan conformando otras estructuras, nuevos saberes, ayudando así a los estudiantes a desarrollar nuevas construcciones mentales, necesarias para mejorar sus procesos de aprendizaje.

La Teoría APOE por una parte, procura entender cómo los estudiantes aprenden las matemáticas, se interesa en la forma en que construyen conceptos matemáticas y, de otro lado, busca realizar un programa o secuencia educativa que les facilite el aprendizaje. De una aplicación a nivel universitario se extendió al bachillerato con éxito.

> *Es una herramienta que puede usarse para explicar, objetivamente, las dificultades que tienen los alumnos con una gran variedad de conceptos matemáticos y sugerir formas en que los alumnos puedan aprender estos conceptos. Señala estrategias que llevan a un mejor aprendizaje de conceptos matemáticos abstractos o complejos y mejora el uso que se hace de ellos para probar teoremas y resolver problemas*. (Salgado Sota, 2007)

> *El principio de aprendizaje en esta teoría es que un individuo no aprende los conceptos matemáticos directamente; si tiene las estructuras apropiadas, aprender es fácil, casi automático; si no las tiene, es casi imposible. Por lo tanto, la meta de la enseñanza debe ser ayudar a los estudiantes a construir las estructuras de mejor manera, y a conectar los conceptos matemáticos*. (Berman, Narváez, Rodríguez, & Bello, 2011)

Uno de los tantos bosquejos de la teoría APOE, se indica en la figura 1. En el análisis teórico, se intenta predecir las construcciones mentales que los alumnos deben hacer para entender un concepto. Con este análisis se diseñan estrategias pedagógicas: actividades y ejercicios que se dan en clase y sirven para ayudar a los estudiantes a construir las estructuras mentales necesarias para el aprendizaje.

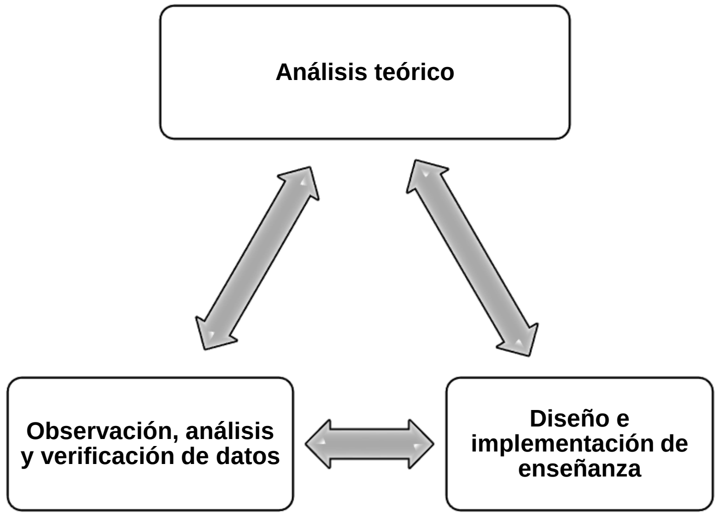



***Figura 1***. Ciclo de investigación teoría APOE.

Fuente: http://www.scielo.org.mx/img/revistas/relime/v13n1/a5f1.jpg

Después se analizan los datos para refinar el análisis teórico. La finalidad de este análisis es de orientación, de ayudar a los estudiantes a construir las estructuras requeridas y enseñarles cómo relacionarlas con los conceptos matemáticos. Todas las construcciones de conocimientos y conceptos matemáticos, pueden representarse según las etapas: acciones, procesos, objetos y esquemas.

> "*El conocimiento matemático de un individuo es su tendencia a responder ante situaciones matemáticas problemáticas reflexionando sobre ellas en un contexto social, construyendo o reconstruyendo acciones, procesos y objetos matemáticos y organizándolos en esquemas a fin de lidiar con las situaciones*" (Asiala et al , 1996: 7), mencionado por (Barbosa, 2003)[1]

[1] Traducción del texto original: "*An individual's mathematical knowledge is her or his tendency to respond to perceived mathematical problem situations by reflecting on problems and their solutions in a social context and by constructing or reconstructing mathematical actions, processes and objects and organizing these in schemas to use in dealing with the situations.*"

> *Las construcciones mentales acción, proceso y objeto, fases fundamentales para la construcción de conocimiento, no son secuenciales de manera estricta, como tampoco el tiempo de permanencia en alguna o en todas ellas. La persona puede estar en una etapa de construcción para ciertos aspectos de un concepto y en otra para otros. Lo que sí puede afirmarse es que la respuesta para un concepto es diferente si se está en nivel acción que si está en nivel objeto o si se está en nivel proceso*. (Trigueros, 2005)

### 2.1.4 Descomposición genética.

Para realizar las actividades de profesor, se recurren a diversos instrumentos como los talleres y problemas que presenta y propone, la forma en que presenta los temas, las ayudas tecnológicas, el material didáctico utilizado, entre otros. Además, el profesor de matemáticas entre sus labores en el aula, tiene como uno de sus principales objetivos el que el estudiante construya conocimiento matemático.

Si se quiere entonces analizar o revisar una actividad docente debe tenerse en cuenta la forma como favorece en los estudiantes, la construcción y conocimiento del concepto matemático. No implica el que por muy buena apreciación que se obtenga del análisis o la revisión de la actividad, sea garantía de aprendizaje del estudiante. Se requieren entonces otros aspectos de análisis en la adquisición del conocimiento por parte de los estudiantes.

Producto de diversas observaciones a los estudiantes, varios investigadores afirman que para que se apropien del conocimiento es indispensable seguir una secuencia de construcciones mentales. Para esa apropiación de conocimiento se aplica la teoría APOE, la que parte de un análisis del concepto matemático a trabajar y de las construcciones mentales que se requieren para estructurar tal concepto. En esta teoría a ese análisis se le conoce como descomposición genética del concepto.

En un principio, son los investigadores (y los mismos docentes) quienes proponen, basados en su experiencia en el aula, una descomposición genética del concepto por estudiar; posteriormente, a través de la propia investigación, dicha descomposición se refina de modo que presente de la mejor manera las observaciones con respecto a lo que hacen los estudiantes cuando trabajan con ese concepto.

Cuando se utiliza la teoría APOE se empieza siempre por hacer la descomposición genética del concepto de interés. En ella se destacan las acciones y los distintos procesos, además de la forma de irlos estructurando para posibilitar la construcción de la concepción objeto y para propiciar después la construcción de las relaciones entre dichas acciones, procesos y objetos. De esta manera, se fomenta la construcción de los esquemas que se consideran necesarios para el aprendizaje de la parte de las matemáticas en la que se está trabajando.

Posteriormente, esta primera descomposición genética se utiliza como base teórica para elaborar materiales que se emplean en el salón de clases. Se diseñan también instrumentos de investigación que se utilizan a lo largo del proceso de enseñanza y se hace una investigación de lo que sucede en la clase y del conocimiento de los alumnos después de haber tomado el curso.

Los resultados de la investigación se utilizan para refinar la descomposición para que sea más congruente con la manera como realmente aprenden los alumnos, además de en la evaluación de la efectividad del método respecto a dicho aprendizaje.

Este procedimiento se repite, en principio, todas las veces que sea necesario, hasta que se considera que la descomposición en cuestión permite tanto enseñar de manera efectiva el concepto cuanto explicar lo que se consideran las construcciones mentales de los estudiantes cuando están aprendiendo ese concepto. El proceso de construcción de una buena descomposición genética o, al menos de una adecuada, es bastante largo.

> *En este momento se cuenta con descomposiciones genéticas para muchos conceptos del cálculo, del álgebra lineal, del álgebra abstracta, de ecuaciones diferenciales y de lógica. La mayor parte de ellas han sido publicadas (véanse, por ejemplo, Dubinsky, 1986; Dubinsky et al., 1986, 1988, 1992; Vidakovic, 1994; Cottrill et al., 1996; Asiala et al., 1997a, 1997b; Brown et al., 2001; Baker et al., 2000; Czarnocha et al., 2001; Trigueros, 2001; Weller et al., 2002; Trigueros y Weller, 2003; Oktaç y Trigueros, 2004) y se encuentran en la fase de la segunda o tercera iteración.* Mencionado en (Trigueros, 2005)

Aun en esta fase de desarrollo, estas descomposiciones genéticas han probado ser efectivas en el diseño de materiales y en cuanto a los resultados obtenidos acerca del aprendizaje de los alumnos (Weller et al., 2002). En la teoría APOE, del mismo modo que en la mayor parte de las teorías que existen en el contexto de la educación matemática, se toma en consideración que el proceso de aprendizaje de los conceptos matemáticos no termina en la escuela, sino que sigue en el tiempo ante la necesidad de entender nuevas situaciones y de resolver nuevos problemas.

### 2.1.5 Acción, proceso, objeto, esquema.

La descomposición genética parte del análisis de las construcciones que el sujeto hace conforme aprende el concepto matemático, en términos de lo que es observable. Estas construcciones se caracterizan con los rótulos acción, proceso, objeto y esquema.

Según la teoría APOE, la construcción de un concepto matemático parte de la aplicación de transformaciones sobre objetos iniciales que se relacionan con el nuevo objeto a construir. La aplicación de una acción es el resultado de un estímulo externo y generalmente es realizada paso a paso por un individuo. La transformación se lleva a cabo como una reacción a una indicación que da información precisa sobre los pasos que se van a seguir.

Esta concepción está limitada en un primer plano por la aplicación de algoritmos mecánicos sin mucho control sobre los elementos involucrados. Si una persona únicamente puede resolver problemas haciendo uso de este tipo de transformaciones, decimos que está a nivel acción.

Cuando una acción se repite y el individuo reflexiona sobre ella, puede ser interiorizada en un **proceso** mental. El sujeto reconstruye la acción en su mente, es una transformación basada en una construcción interna. El individuo puede describir los pasos involucrados en la transformación e incluso invertirlos, es decir, tiene más control sobre la transformación. Puede ser necesario una vez logrado un proceso, tenga que coordinarse con otros para generar nuevos procesos.

Si una persona resuelve problemas y da muestras de utilizar transformaciones de tipo proceso, cuando el problema por tratar lo requiere, decimos que tiene una concepción proceso del concepto estudiado.

Los **objetos** cognitivos se construyen encapsulando un proceso para que el individuo pueda hacer nuevas transformaciones sobre él. Dicho de otro modo, cuando el individuo es consciente del proceso como una totalidad, puede pensar en él como un todo y es capaz de actuar sobre él, se dice que el individuo tiene una concepción objeto del concepto.

Cuando un individuo logra reflexionar sobre las operaciones aplicadas a un proceso en particular, toma consciencia del proceso como un todo, realiza transformaciones sobre él (ya sean acciones o procesos) y puede construir esas transformaciones, entonces está pensando en este proceso como un objeto (Asiala, Brown, DeVries, Dubinsky, Mathews & Thomas, 1996). Mencionado en (Roa–Fuentes & Oktaç, 2012)

Si el sujeto realiza y construye transformaciones sobre *acciones* o *proceso*, se afirma que el proceso ha sido encapsulado por el individuo en un objeto. Este mecanismo es uno de los más complejos y, en general, los trabajos realizados con APOE han mostrado que los individuos tienen grandes dificultades para lograr una construcción estática de conceptos y nociones matemáticas.

Por otra parte, el mecanismo de desencapsular es tan importante como el de encapsular. Una vez un individuo logra construir un objeto debe estar en capacidad de regresar sobre el proceso que lo generó. De esta manera, podrá ir y venir entre el objeto y el proceso y viceversa, cada vez que lo requiera. (Roa–Fuentes & Oktaç, 2012)

Finalmente, los **esquemas** se definen como una colección coherente de acciones, procesos, objetos y otros esquemas y las relaciones entre ellos, todo asociado con un concepto particular (Asiala et al., 1996), referido en (Trigueros, 2005)

Los esquemas que forman la estructura matemática de un individuo no están acabados, son estructuras dinámicas que evolucionan constantemente cada vez que un nuevo objeto es construido. Estos pueden ser más o menos coherentes y esta coherencia está determinada por la capacidad del individuo para determinar si un esquema le permite o no solucionar un problema en particular.

La noción de esquema también proviene de las ideas de Piaget (Piaget, 1971, 1972). Muchos autores han tomado de Piaget la noción de esquema, sobre todo la de esquema de acción, para utilizarla en distintos contextos en el ámbito de la enseñanza. Sin embargo, la definición de esquema dentro de la teoría APOE tiene un significado preciso, diseñado específicamente para dar una explicación a la manera en la que se desarrollan los conceptos matemáticos a través de los procesos de enseñanza.

Por ello, al hablar de esquemas dentro de esta teoría no basta con especificar las acciones y los procesos y los objetos que intervienen en la solución de un problema o de un conjunto de problemas, sino que es necesario, además, tener en cuenta que estos elementos están interconectados unos con otros.

Cuando se toman en consideración esas relaciones, es posible identificar, en las acciones de los estudiantes que resuelven un mismo problema, esquemas en distinto grado de formación o de estructuración, dependiendo de cuáles relaciones pueden identificarse como construidas. (Trigueros, 2005)

## 2.2 Marco Disciplinar

Se realiza un cuestionamiento y reflexión del conocimiento que se tiene, bien sea para descartar ideas, arraigar conocimientos ya presentes en el individuo o para adquirir nuevos conocimientos que le permitan profundizar aún más en el campo disciplinar que se encuentre estudiando

### 2.2.1 Historia inecuaciones.

En el (único) trabajo consultado que presenta algo del aspecto histórico de las desigualdades e inecuaciones, es el de Giorgio Tomaso Bagni (Bagni, 2005). Con la historia del álgebra como fondo, realiza una investigación sobre la historia de las ecuaciones, desigualdades e inecuaciones.

Cerca de dos milenios se requirieron para emplear el símbolo “=” (igualdad). Este símbolo aparece en el siglo XVI. Para Lakoff y Nuñez (2000), (mencionados en Bagni 2005) es difícil de creer tanto tiempo requerido para denotar y utilizar el símbolo pero, a la vez, afirman que una idea de igualdad, aparentemente simple, requiere un análisis cognitivo de los conceptos involucrados en la comprensión del significado del símbolo.

Para Bagni, la historia de las ecuaciones es bastante productiva y en diversas culturas y regiones del mundo, se encuentran procesos que pueden ponerse en relación con las ecuaciones. En el Renacimiento, la Regla del Álgebra (o regla de la cosa), era un método que enseña a resolver ecuaciones de una incógnita que, en algunos casos, incluye su planteo a partir de un enunciado. (Franci y Toti Rigatelli 1988, citados por Bagni, 2005).

La historia de las inecuaciones no es igual de rica que la de las ecuaciones. En la antigüedad se encuentra el proceso de desigualdad a nivel verbal. El caso típico es de Euclides, en sus Elementos, habla de la desigualdad triangular (relación entre los lados de un triángulo), pero la referencia es con la desigualdad y no con la inecuación.

La presencia de algunas inecuaciones puede conectarse con el desarrollo de las técnicas del Análisis Matemático: por ejemplo para minimizar y maximizar (Hairer y Wanner, citados por Bagni, 2005).

Bagni analiza algunas referencias del siglo XIX publicados por Paolo Ruffini (1765-1822), incluidos en los tomos III y V del curso Matemática Aplicada, de las que propone algunos ejemplos:

En el tomo III (Álgebra), p. 34, se afirma explícitamente una propiedad de equivalencia para las ecuaciones, a saber: “$A - B - C = -D + E$, paso los términos del primer miembro al segundo y los del segundo al primero, obtendré así: $D - E = -A + B + C$”. Sin embargo, en la obra no se consideran casos análogos para las inecuaciones.

En el tomo III, p. 146, se plantean y resuelven unas inecuaciones para expresar unas condiciones que las soluciones de un problema –que se resuelve con un sistema de ecuaciones lineales– tienen que respetar. Muy frecuentemente los ejemplos propuestos tratan condiciones de este tipo: por lo tanto las inecuaciones siempre se encuentran “emparejadas” con las ecuaciones a fin de expresar condiciones sobre sus raíces.

Con respecto a las matemáticas del siglo XX, Bagni en su revisión se encuentra con un escrito de Piergiorgio Odifreddi, mencionado por Bagni, 2005:

*Una contribución de John von Neumann fue la solución, en 1937, al problema descrito por León Walras en 1874: la existencia de situaciones de equilibrio en modelos matemáticos de desarrollo del mercado basado en oferta y demanda. Primero reconoció que tal modelo tendría que estar expresado por medio de inecuaciones y no de ecuaciones (como se hacía usualmente), y luego encontró la solución al problema de Walras aplicando un teorema de punto fijo.*

Por lo general, el problema a resolver era expresado por medio de ecuaciones y después, mediante las desigualdades, los matemáticos fijaban las condiciones para las soluciones de dichas ecuaciones. Además, en la historia (y en la práctica didáctica), muy frecuentemente se reconducía la resolución de una inecuación a la resolución de la ecuación asociada. Con esto, Franci y Toti Rigatelli, 1979, p 7, citados por Bagni (2005), pretender mostrar la asimetría histórica entre ecuaciones e inecuaciones.

De allí entonces que Giorgio Tomaso Bagni termina afirmando que, a pesar de que recientemente se le haya reconocido a las inecuaciones un rol autónomo en el ámbito de la didáctica, todavía se puede observar una cierta subordinación operativa. La desigualdad identifica un subconjunto de la recta real. Las características específicas de ese subconjunto se determinan en los puntos de las fronteras (límites del subconjunto), lo que implica resolver la ecuación asociada a la desigualdad dada. (Bagni, 2005)

Con respecto a los símbolos, menor que “<” y mayor que “>”, se deben a Thomas Harriot (1560-1621). Los utilizó en su libro póstumo Artis Analyticae Praxis ad aequationes Algebraicas Resolvendas (1631). (Sastre, Boubée, & Scempio, 2013)

No fueren inmediatamente aceptados, muchos matemáticos preferían los siguientes símbolos

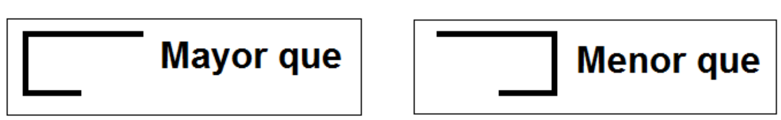



***Figura 2.2***. Símbolos “mayor que” y “menor que”.

### 2.2.1 Conceptos propios de las inecuaciones.

La propiedad de orden de los números reales, es la base para el estudio de las desigualdades ya que en muchas ocasiones el valor preciso de una cantidad no es fácil de determinar, o solo nos interesa una estimación adecuada de ella, nos interesa poder decir si se encuentran entre dos números conocidos a y b.

Desigualdad es la expresión que indica, que la relación entre dos cantidades es tal, que una es mayor o menor que la otra.

Toda desigualdad está formada por un primer miembro y un segundo miembro, separados entre sí por el "signo mayor que (>) o el signo menor que (<)".

Primer miembro > < Segundo miembro

Así las proposiciones que utilizan algunos de los signos de orden (>, <, ≥, ≤) se llaman "desigualdades".

Los símbolos < ("es menor que") y > ("es mayor que"), de desigualdad, tienen una interpretación geométrica muy clara sobre la recta numérica real. Si a > b entonces a esta está a la derecha de b. si b < a entonces b está a la izquierda de a como se muestra en la recta.

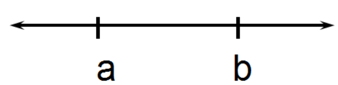



***Figura 2.3*** Representación de dos números recta numérica.

Las expresiones a > b y b < a significan exactamente lo mismo. En el conjunto de los números reales, cuando la diferencia entre dos números es positiva, se dice que el primer número es mayor que el segundo y si es negativa se dice que el primer número es menor que el segundo.

Algunas veces, es conveniente combinar una igualdad con una desigualdad. Así se forman los símbolos ≤ (es menor que o igual) y ≥ (es mayor que o igual a). Con base en lo anterior podemos decir o afirmar que las expresiones tales como: a >b, a < b, a ≥ b, a ≤ b, se llaman “desigualdades”. En particular $a < b$ y $a > b$ se llaman “desigualdades estrictas” mientras que $a \leq b$ y $a \geq b$ se llaman “desigualdades no estrictas”.

Una inecuación es una expresión matemática la cual se caracteriza por tener los signos de desigualdad; siendo una expresión algebraica nos da como resultado un conjunto en el cual la variable independiente puede tomar el valor cualesquiera de ese conjunto cumpliendo esta desigualdad; a este conjunto se le conoce como Intervalo.

Si el signo comparativo de la inecuación es el mismo para cualquier valor que tomen las variables por las que está definida, entonces se hablará de una inecuación "absoluta" o "incondicional". Si por el contrario, es el mismo sólo para ciertos valores de las variables, pero se invierte o destruye en caso de que éstos se cambien, será una inecuación "condicional". El signo comparativo de una inecuación no se cambia si a ambos miembros se les suma o resta el mismo número, o si se les multiplica o divide por un número positivo; en cambio, se invierte si ambos miembros se multiplican o dividen por un número negativo.

El concepto de inecuación puede ser comprendido bajo dos aspectos, que provienen de tipos diferentes de construcciones mentales: *interpretación de inecuación*, esto es, una inecuación vista como un ente matemático que es necesario interpretar, y que es posible manipular empleando determinadas propiedades del conjunto de los números reales, operar, analizar equivalencias, verificar cuáles de los subconjuntos de satisfacen la inecuación; y bajo el punto de vista de *resolución*: qué tipos de transformaciones están permitidas y qué alteraciones sufrió el conjunto solución después de ellas, cuál es el mejor método para resolver una inecuación específica, y cómo minimizar cálculos.

### 2.2.2 Conceptos previos

Los temas que supuestamente deben tener presente los estudiantes para abordar con toda propiedad el concepto de inecuaciones:

Correspondencia 1 – 1 entre recta y Reales;

Nociones básicas de conjunto, algunas operaciones con subconjuntos y su notación, y la utilización de los conectivos “y” y “o”;

Aplicar las propiedades de orden de los números reales;

Manipulación algebraica básica

Comprender el concepto de función y ser capaz de esbozar gráficos de las funciones lineales.

### 2.2.3 Construcciones mentales relacionadas con la inecuación

Acción

Un individuo realiza una acción cuando, atribuye valores específicos a la variable y verifica si satisfacen o no la desigualdad. Es un procedimiento estático. El alumno piensa en un paso por vez.

Proceso

Un individuo que percibe una inecuación como un proceso es capaz de pensar globalmente, o sea, pensar en una inecuación que recibe uno o más valores numéricos de las variables, ejecuta una o más operaciones con esos valores. Es un procedimiento dinámico.

Resolver inecuaciones bajo el punto de vista de funciones, para el caso en que las funciones involucradas son dadas solamente por sus gráficos, sin las expresiones algebraicas.

Objeto

Un individuo que piensa en una inecuación como objeto puede aplicar propiedades de los números reales para transformar inecuaciones; operar con dos o más inecuaciones; analizar implicaciones y equivalencias entre inecuaciones

### 2.2.4 Referentes curriculares

Los referentes curriculares para las instituciones educativas colombianas son los documentos oficiales: Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) y Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006). Los Lineamientos Curriculares, además de dar orientaciones para el currículo presentan algunos enfoques para la enseñanza de las matemáticas, tanto en el aula como en las instituciones educativas.

Teniendo presente los tipos de pensamiento tratados en los lineamientos curriculares, las desigualdades e inecuaciones lineales se enmarcan en el pensamiento numérico y en el pensamiento variacional. El primero permite la comprensión de las relaciones entre los números, sus diferentes representaciones, el uso de los números y las operaciones en la resolución de problemas;  el segundo promueve la descripción de fenómenos de cambio, procedimientos asociados a la variación lineal, entre otros.

También, desde los lineamientos curriculares, se deben tener presente en el aprendizaje de las matemáticas la resolución y planteamiento de problemas, comparación y ejercitación de procedimientos, el razonamiento, la comunicación, la modelación. A todos ellos se les denomina procesos generales.

Los procesos generales de la mano con el contexto y con los conceptos básicos, son los grandes aspectos recomendados para organizar el currículo en la institución educativa. (MEN, 1998)

> *"En la Educación Básica Secundaria, el sistema de representación más directamente ligado con las variaciones es el sistema algebraico, pero éstas también se expresan por medio de otros tipos de representaciones como las gestuales, las del lenguaje ordinario o técnico, las numéricas (tablas), las gráficas (diagramas) y las icónicas, que actúan como intermediarias en la construcción general de los procedimientos, algoritmos o fórmulas que definen el patrón y las respectivas reglas que permiten reproducirlo.*
>
> *El estudio de los patrones está relacionado con nociones y conceptos propios del pensamiento variacional, como constante, variable, función, razón o tasa de*

> *cambio, dependencia e independencia de una variable con respecto a otra, y con los distintos tipos de modelos funcionales asociados a ciertas familias de funciones, como las lineales y las afines (o de gráfica lineal), las polinómicas y las exponenciales, así como con las relaciones de desigualdad y el manejo de ecuaciones e inecuaciones. El estudio de las relaciones funcionales que pueden detectarse en la vida cotidiana, como las relaciones entre edad y altura de un niño (o entre edad y masa o peso corporal), entre la temperatura a lo largo de un día y la hora que marca un reloj, etc., permite coordinar cambios de una magnitud Y con cambios de una magnitud X."* (MEN, 2006)

La palabra inecuaciones en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006), o mejor, el concepto asociado inecuaciones, está enmarcado en el estudio de patrones dado que está relacionado con nociones propias del pensamiento variacional como constante, variable, función, razón, y con modelos funcionales asociados a ciertas familias de funciones, como las lineales, las polinómicas y las exponenciales, así como con las relaciones de desigualdad y el manejo de ecuaciones e inecuaciones.

En forma minuciosa, en la estructura de los estándares básicos de competencias en lo referente al proceso de desarrollo de competencias, aparece: "Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos", y está incluido en el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, para los grados 4 a 5. (MEN, 2006, pág. 83)

Mientras que para los grados sexto y séptimo, en el pensamiento numérico y sistemas numéricos, aparece el estándar "Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad…" (MEN, 2006, pág. 84)

Por su parte, en la guía Serie Lineamientos Curriculares Matemáticas (MEN, 1998), se indica que mediante el aprendizaje de las matemáticas los alumnos no sólo desarrollan su capacidad de pensamiento y de reflexión lógica sino que, al mismo tiempo, adquieren un conjunto de instrumentos poderosísimos para explorar la realidad, representarla, explicarla y predecirla; en suma, para actuar en y para ella.

En la organización del currículo, debe tenerse en cuenta entre otros el aspecto de los conocimientos básicos, los que tienen que ver con unos procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y con sistemas propios de las matemáticas. Así entonces, en el pensamiento métrico y sistemas de medida, en lo concerniente a la construcción de la magnitud, el concepto de magnitud empieza a construirse cuando se sabe que hay algo que es más o menos que otra cosa y se pregunta: más qué o más de qué. (MEN, 1998)

Se nota que primero se logra la comparación en la dirección de menor a mayor, es decir la relación de ser más grande, que es anterior a la de ser más pequeño que, etc. Una vez consolidada esa relación unidireccional se reversibiliza (sic) la relación para construir la inversa, y se coordinan ambas. Sólo cuando fracasan los intentos de someter los objetos y fenómenos a esas relaciones de desigualdad se construye la equivalencia respectiva. (MEN, 1998, pág. 42)

Según los lineamientos, la asignación numérica, es considerado lo más importante de la medición. Éste es apenas el último subproceso de un complejo proceso de medición, y uno al que no necesariamente hay que llegar para que se pueda decir que sí hubo medición. La abstracción de la magnitud concreta y de la magnitud abstracta proviene de comparaciones, y la igualdad -de - magnitud, o equivalencia con respecto a la magnitud, es una relación derivada de la desigualdad o inequivalencia, precisamente cuando falla la ordenación por mayor y menor. (MEN, 1998, pág. 45)

También es cierto que el pensamiento numérico permite la comprensión de las relaciones y significados entre los números, sus diferentes representaciones, el uso de los números y las operaciones y técnicas de cálculo en la resolución de problemas. Por otro lado, el pensamiento variacional, al tener como eje la variación, tiene relación con los otros pensamientos puesto que la variación, se observa en contextos numéricos, espaciales, métricos.

Esto de los lineamientos curriculares y de los estándares básicos es para mostrar la poca o nula importancia que se le da al tema matemático inecuaciones lineales, cuando es un tema “transversal” a todos los pensamientos.

### 2.2.5 GeoGebra®

GeoGebra empezó siendo un programa de geometría dinámica cuando Markus Hohenwarter lo creó en 2001 como trabajo de fin de máster en la Universidad de Salzburgo (Austria).

***Figura 2-4***. Logo del software geogebra.

Fuente: http://community.geogebra.org/es/

El crecimiento en estos años de este software libre y gratuito a la par que la comunidad que le acompaña lo ha convertido en un referente, no solo en la didáctica de las matemáticas en educación secundaria, sino también en educación primaria y en el ámbito universitario así como en otras disciplinas que precisan del apoyo matemático.

GeoGebra es un programa que combina elementos de aritmética, geometría, álgebra, análisis, cálculo, probabilidad y estadística. Además de ser gratuito y tener facilidad de aprendizaje, la característica más destacable de GeoGebra es la doble percepción de los objetos; cada objeto tiene dos representaciones, una en la vista gráfica (**Geo**metría) y otra en la vista algebraica (Ál**Gebra**).

De esta forma, se establece una permanente conexión entre los símbolos algebraicos, los valores numéricos y las gráficas geométricas. GeoGebra visualiza a la vez un punto en el plano cartesiano y sus coordenadas numéricas, una circunferencia y su ecuación, la gráfica de una función y su expresión simbólica, etc.

GeoGebra posibilita al estudiante realizar construcciones matemáticas, así como modelos que den lugar a exploraciones interactivas y cambios continuos de parámetros de una manera fácil y sencilla, convirtiéndose en una herramienta para enseñar y aprender en todos los niveles educativos.

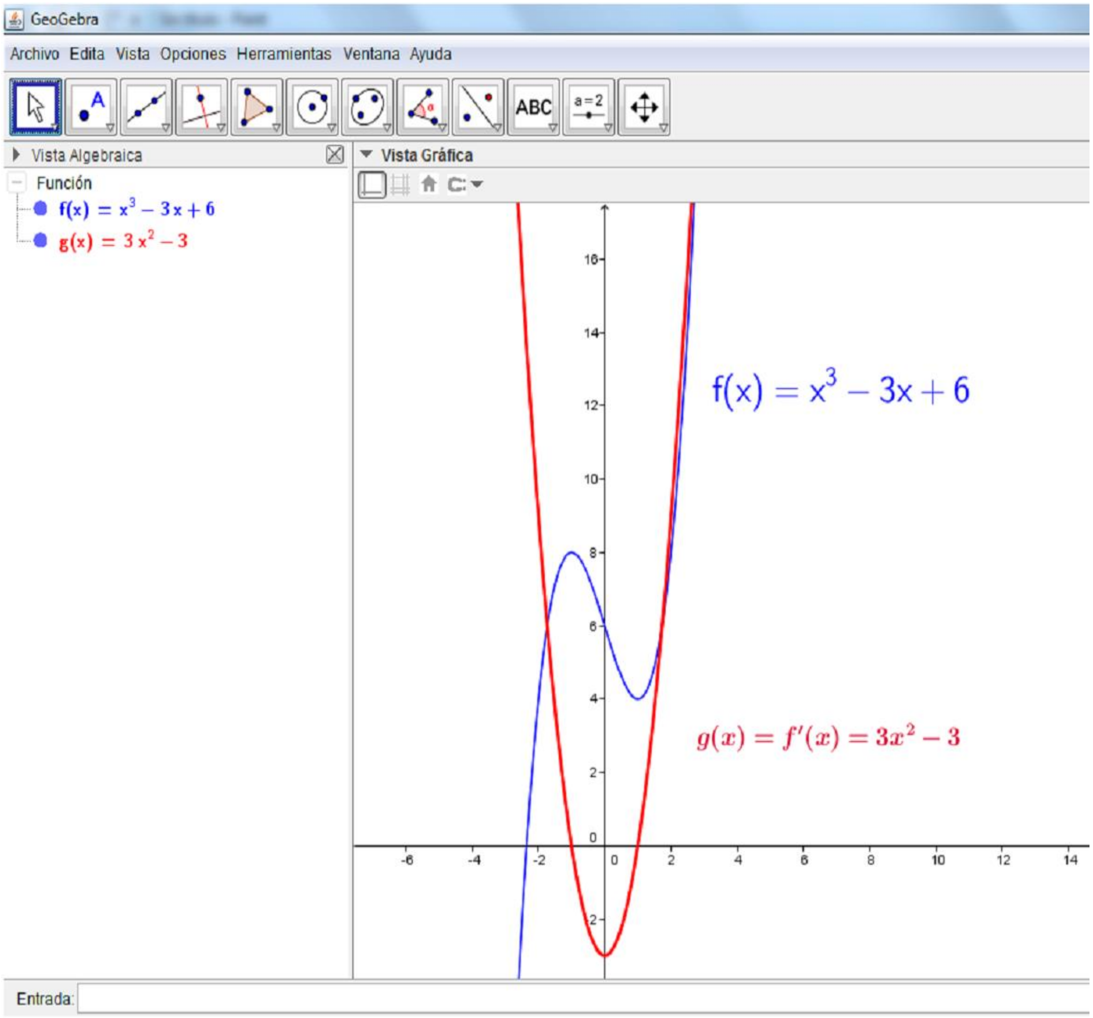



***Figura 2-5**.* Pantalla del programa geogebra. Creación propia

*Permite sustituir las tradicionales construcciones estáticas que se hacen con lápiz regla y compás, dándoles mayor posibilidad a los alumnos de hacer inferencias y conjeturas, favoreciendo, gracias a su dinamismo, la intuición a la hora de obtener resultados o soluciones. Se crea una interacción entre el alumno y su construcciones gracias a la posibilidad de modificación y dar la posibilidad al alumno de analizar lo que ocurre a través de una observación directa*. (Carvajal Roldán, 2014)

Entre las múltiples posibilidades y actividades que se pueden realizar con Geogebra cabe destacar como más importantes: Construcciones simples, desarrollo de investigaciones con mayor complejidad y revisión en el dibujo, cálculo de áreas y perímetros de forma rápida y realización de movimientos en el plano como simetrías, traslaciones, giros…

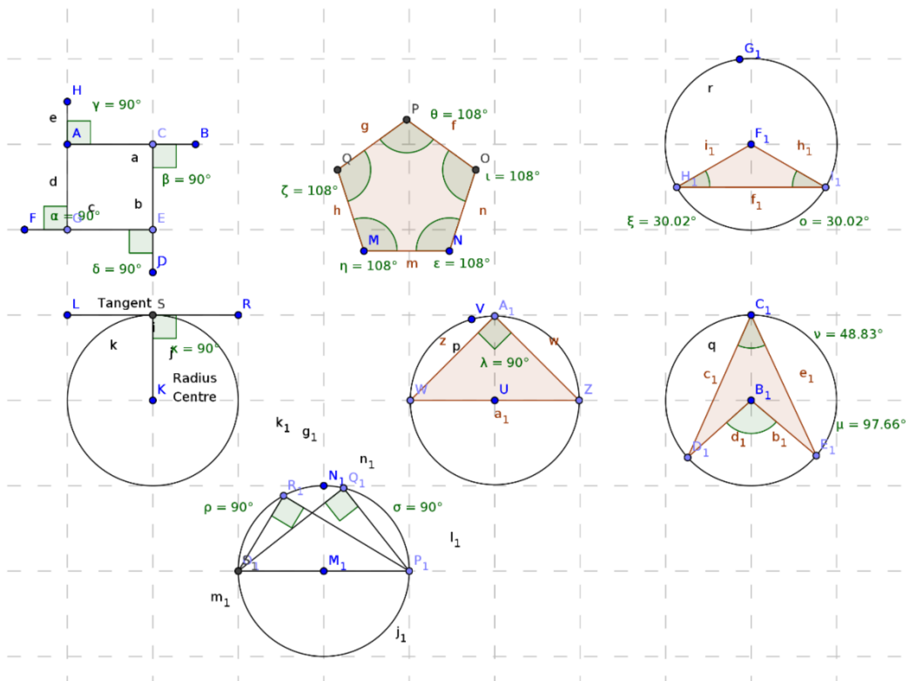



***Figura 2-6***. Construcciones geométricas con geogebra.
Fuente: http://geogebravalverdeymontelongo.blogspot.com/2014/11/imagenes-referentes-software-educativo.html

Se pretende mostrar cómo el uso del GeoGebra por parte de estudiantes sordos, puede contribuir a su aprendizaje de conceptos matemáticos, pues el software permite la representación de imágenes dinámicas, las que facilitan la visualización de los conceptos, el proceso de razonamiento y la deducción por parte de los alumnos.

En particular, GeoGebra permite la representación de imágenes que resultan difíciles de visualizar a través de lápiz y papel o tablero.

No podemos afirmar que se alcance con Geogebra un grado alto de abstracción y generalización que permita a los estudiantes utilizar diferentes conceptos en la resolución de problemas.

Este software para el desarrollo de competencias en matemáticas y áreas afines, se usa en 190 países y en 62 idiomas; existen 108 Institutos Geogebra en 75 países del mundo. Actualmente están disponibles las versiones 4.2 y 5.0, las que incluyen un ambiente en 3D.

## 2.3 Marco Legal

### 2.3.1 Contexto Internacional

Los principales textos internacionales contienen en general planteamientos específicos en relación con los derechos de las personas con discapacidad, y señalan deberes de los Estados y de la sociedad para con ellos, Así mismo, trazan lineamientos de acción para prevenir la discapacidad, brindar la atención y generar condiciones de integración social y de superación de cualquier forma de discriminación.

Estas normas internacionales, no tienen carácter obligatorio pero sí representan el compromiso de los Estados de cumplir y desarrollar internamente, a través de su legislación, los principios y lineamientos contemplados en aquellas. (DANE, 2002); (COLOMBIA APRENDE, 2014)

Dentro de las normas internacionales más importantes se encuentran:

**Declaración Universal de los Derechos Humanos**. La Comisión de Derechos Humanos de las Naciones Unidas, se encargó de la creación de la Declaración Universal de los Derechos Humanos. La Declaración fue redactada por representantes de todas las regiones del mundo y abarca todas las tradiciones jurídicas. Formalmente adoptada por las Naciones Unidas el 10 de diciembre de 1948, es el documento más universal de los derechos humanos en existencia, describiendo los treinta derechos fundamentales que constituyen la base para una sociedad democrática.

**Programa de Acción Mundial para las Personas con Discapacidad**: señala objetivos y presenta un marco para la comprensión y manejo de la discapacidad, aportando definiciones conceptuales y fijando acciones en los campos de la prevención, la rehabilitación y la equiparación de oportunidades. El Programa fue aprobado por Naciones Unidas mediante la Resolución 37/52 de 1982.

**Convención sobre los Derechos del Niño**": en su artículo 23 contiene disposiciones sobre los derechos de y los deberes para con los niños con impedimento físico y mental, quienes deben tener derecho a acceder a cuidados y atención especiales para alcanzar el disfrute de una vida plena y digna. Igualmente en los Artículos 24 al 28 se plantea, entre otros, los derechos a la atención en salud y los servicios de tratamiento y rehabilitación; especial cuidado; la seguridad social; un nivel de vida adecuado para su desarrollo físico, mental, espiritual, moral y social; y en la educación. Adoptada el 20 de noviembre de 1989.

**Clasificación Internacional del Funcionamiento, de la Discapacidad y de la Salud (CIF):** es una actualización de la CIDDM aprobada en mayo de 2001. Proporciona una descripción de situaciones relacionadas con el funcionamiento humano y sus restricciones y sirve como marco de referencia para organizar esta información" (Introducción, numeral 3.2); por tanto, abarca los diferentes aspectos de la salud y constituye una importante herramienta para la identificación y clasificación de la discapacidad.

**Convención Interamericana para la Eliminación de Todas las Formas de Discriminación Contra las Personas con Discapacidad.** Sus objetivos son "la prevención y eliminación de todas las formas de discriminación contra las personas con discapacidad y propiciar su plena integración en la sociedad" (Art.II) a través de la cual se comprometió principalmente a los Estados parte, a "Adoptar las medidas de carácter legislativo, social, educativo, laboral o de cualquier otra índole, necesarias para eliminar la discriminación contra las personas con discapacidad y propiciar su plena integración en la sociedad...", además de darle prioridad a acciones de prevención, detección temprana, educación a la población para el respeto y convivencia de las personas con discapacidad, crear canales de participación para este grupo poblacional y las organizaciones que los representan. También, la Comisión Interamericana de Derechos Humanos – CIDH recomendó, en su informe anual de 2000, tomar medidas conducentes a la promoción y protección de los derechos de las personas con discapacidad mental.

Declaración de Cartagena de 1992 “Sobre Políticas Integrales para las Personas con Discapacidad en el Área Iberoamericana”

Declaración de Panamá de 2000 “La Discapacidad un Asunto de Derechos Humanos: El Derecho a la Equiparación de Oportunidades y el Respeto a la Diversidad”.

**Resolución 22/3 - El trabajo y el empleo de las personas con discapacidad - ONU.** Esta resolución fue aprobada por el Consejo de Derechos Humanos de la Asamblea General de las Naciones Unidas, Promoción y protección de todos los derechos humanos, civiles, políticos, económicos, sociales y culturales, incluido el derecho al desarrollo.

**Convención de los derechos del niño.** En esta edición de la Oficina de UNICEF en Colombia (2005) incorpora los avances legislativos del Estado colombiano en relación con la Convención realizada en 1989. La declaración establece derechos y libertades mínimas que los gobiernos deben cumplir. Se basan en el respeto a la dignidad y el valor de cada individuo, independientemente de su raza, color, género, idioma, religión, opiniones, orígenes, riqueza, nacimiento o capacidad, y por tanto se aplican a todos los seres humanos.

**Conferencia Mundial Educación para Todos.** Este documento aprobada por la Conferencia Mundial sobre Educación para Todos (Jomtien, Tailandia, 1990) es el resultado de la conferencia donde se ratificó la educación como derecho básico para todos; se hizo el reconocimiento de la exclusión de ciertos grupos humanos, evitando disparidades educativas en cuanto al acceso y pertinencia educativa; y, se afirmó que las personas con discapacidad deben ser parte integral del sistema educativo.

**Resolución 48/96.** Esta resolución aprobada por la Asamblea General de las Naciones Unidas (Viena, 1994), adopta las "Normas Uniformes de las Naciones Unidas sobre la igualdad de oportunidades para las personas con discapacidad".

**Conferencia Mundial sobre Necesidades Educativas Especiales. R**ealizado en Salamanca (UNESCO, 1994) proporciona una escenario para afirmar el principio de la Educación para Todos y revisar la práctica para asegurar que los niños, niñas y jóvenes con necesidades educativas especiales sean incluidos en todas estas iniciativas y puedan tomar el lugar que les corresponde en una sociedad en aprendizaje y en un Marco de Acción.

**Convención Interamericana para la eliminación de todas las formas de discriminación contra las personas con discapacidad.** Este documento suscrito en Ciudad de Guatemala (ONU, 1999) reafirma que las personas con discapacidad tienen los mismos derechos humanos y libertades fundamentales que otras personas. Así mismo, señala que "la discriminación se manifiesta con base a cualquier distinción, exclusión o restricción que tenga como efecto impedirles el ejercicio de sus derechos humanos y libertades fundamentales". La distinción solo se justifica si está al servicio de una mejor y mayor inclusión.

**Foro Mundial por la Educación. Informe final.** Ese Foro fue el evento que cerró el decenio dedicado a la educación para todos, iniciado en 1990 con la Conferencia de Jomtien (Tailandia) y evaluado en el año 2000. Este documento de la UNESCO (Dakar, Senegal, 2000) permite "reflexionar sobre las prácticas que el sistema educativo debe generar para responder de manera flexible a las circunstancias y necesidades de todos los estudiantes, para así garantizar el acceso y retención de grupos marginados o excluidos".

**Convención sobre los derechos de las personas con discapacidad. Asamblea General de la Naciones Unidas** Resolución aprobada por la Asamblea General de las Naciones Unidas (Viena, 2006). Busca "promover, proteger y asegurar el pleno ejercicio de los derechos humanos y las libertades individuales de todas las personas con discapacidad". Así mismo, desarrollar al máximo la personalidad, los talentos y la creatividad.

### 2.3.2 Contexto Nacional

En la Constitución Política de 1991 se encuentran una serie de artículos que hacen mención expresa a la protección, atención, apoyo e integración social de las personas con discapacidad. (COLOMBIA APRENDE, 2014); (DANE, 2002). Algunos de ellos:

**Artículo 13:** "...El Estado protegerá especialmente a las personas que por su condición económica, física o mental, se encuentren en circunstancia de debilidad manifiesta y sancionará los abusos o maltratos que contra ellas se cometan".

**Artículo 47:** "El Estado adelantará una política de previsión, rehabilitación e integración social para los disminuidos físicos, sensoriales y psíquicos, a quienes se prestará la atención especializada que requieran".

**Artículo 68**: "...La erradicación del analfabetismo y la educación de personas con limitaciones físicas o mentales,...son obligaciones especiales del Estado".

Disposiciones legales generales (DANE, 2002)

**El decreto 2336 de 1994**, por el cual se establecen los criterios para el manejo autónomo del Situado Fiscal, por parte de las Entidades Territoriales, en Materia Educativa y los criterios para la elaboración del Plan de Cubrimiento Gradual de Atención Educativa para las personas con limitaciones o con capacidades o talentos excepcionales.

**El decreto 2886 del 29 de diciembre de 1994**, por el cual se reglamentaron los procedimientos y demás formalidades necesarias que deben cumplir las Entidades Territoriales para obtener la certificación del cumplimiento de los requisitos que les permita asumir la administración de los recursos del situado fiscal y la prestación del servicio educativo.

**Ley 361 de 1997 (Ley de Discapacidad).** Esta disposición normativa puntualiza diversos aspectos en relación con los derechos fundamentales de las personas con limitación y establece obligaciones y responsabilidades del Estado en sus diferentes niveles para que las personas que se encuentren en esta situación, puedan alcanzar "...su completa realización personal y su total integración social..."; es así como se ocupa de asuntos como la prevención, la educación, la rehabilitación, la integración laboral, el bienestar social, la accesibilidad; además a través de esta norma, se constituye el "Comité Consultivo Nacional de las Personas con Limitación" en calidad de "...asesor institucional para el seguimiento y verificación de la puesta en marcha de las políticas, estrategias y programas que garanticen la integración social del limitado...", y se prevé la conformación de Grupos de Enlace Sectorial (Art.6º).

**Ley 715 de diciembre de 2001.** Esta Ley tiene incidencia en el tema del manejo de la discapacidad, determina las responsabilidades que tiene la Nación y las entidades territoriales departamentales y municipales en la formulación y ejecución de los planes, programas y proyectos de los sectores de educación, salud en correspondencia con lo determinado en las Ley 100 de 1993 y 115 de 1994; y en los denominados “otros sectores”, entre los cuales están transporte, deporte y recreación, cultura, prevención y atención de desastres, y atención a grupos vulnerables.

**Decreto No. 3020 de 2002.** "Por el cual se establecen los criterios y procedimientos para organizar las plantas de personal docente y administrativo del servicio educativo estatal que prestan las entidades territoriales y se dictan otras disposiciones".

**Resolución 2565 de octubre 24 de 2003.** "Por la cual se establecen parámetros y criterios para la prestación del servicio educativo a la Población con necesidades educativas especiales".

**Lineamientos de política para la atención educativa a poblaciones vulnerables. 2005.** Este documento busca ser una herramienta orientadora que permita generar desde cada una de las Secretarías de Educación una gestión basada en la inclusión, la equidad y la calidad del servicio educativo para las poblaciones vulnerables.

**Ley 982 de 2005 (agosto 2).** En esta ley se establecen normas tendientes a la equiparación de oportunidades para las personas sordas y sordociegas y se dictan otras disposiciones.

**Ley 1098 Código de Infancia y adolescencia. 2006.** Esta Ley tiene por finalidad "garantizar a los niños, a las niñas y a los adolescentes su pleno y armonioso desarrollo para que crezcan en el seno de la familia y de la comunidad, en un ambiente de felicidad, amor y comprensión". Es relevante el reconocimiento a la igualdad y la dignidad humana, sin discriminación alguna.

**Plan Nacional Decenal de Educación 2006 – 2016.** Plantea las garantías para el cumplimiento pleno del Derecho a la Educación y se expone una mayor inversión a en educación. En relación a Derechos, protección, promoción y población vulnerable con necesidades educativas especiales se menciona "Aplicar políticas intra e intersectoriales para el respeto y la restitución del derecho a una educación con calidad de todos los grupos poblacionales vulnerables, mediante la adopción de programas flexibles con enfoques diferenciales de derechos".

**Decreto No. 366 de febrero 2009.** "Por medio del cual se reglamenta la organización del servicio de apoyo pedagógico para la atención de los estudiantes con discapacidad y con capacidades o con talentos excepcionales en el marco de la educación inclusiva".

**Ley 1346 de julio de 2009.** "Por medio de la cual se aprueba la "Convención sobre los derechos de las personas con discapacidad", adoptada por la Asamblea General de la Naciones Unidas el 13 de diciembre de 2006".

**Plan Sectorial de Educación 2010-2014-Republica de Colombia.** El documento se fundamenta en los lineamientos del Plan Nacional Decenal de Educación 2006-2016, cuya finalidad primordial es lograr que en 2016 "La educación sea un derecho cumplido para toda la población y un bien público de calidad, garantizado en condiciones de equidad e inclusión social por el Estado, con la participación corresponsable de la sociedad y la familia en el sistema educativo".

**Ley 1482 de 2011.** "Esta ley tiene por objeto garantizar la protección de los derechos de una persona, grupo de personas, comunidad o pueblo, que son vulnerados a través de actos de racismo o discriminación".

**Ley 1618 de 2013.** "A través del cual se establecen las disposiciones para garantizar el pleno ejercicio de los derechos de las personas con discapacidad".

**Acuerdo 381 de 2009 - Lenguaje Incluyente.** El Acuerdo 381 de 2009 "Por medio del cual se promueve el uso del lenguaje incluyente". Aunque esta normatividad se expidió para el Distrito Capital, es aplicable a todo el territorio nacional, en el marco del respeto a la diversidad y la inclusión desde el género.

Disposiciones legales sectoriales: Educación (Colombia Aprende, s.f.)

**Decreto 2177 de 1885:** normaliza aspectos de educación, readaptación y reubicación laboral;

**Ley 115 de 1994 "Ley General de Educación"**. El Capítulo 1 del Título III (Artículos 46 a 49), Prevé la "Educación para personas con limitaciones o capacidades excepcionales", la cual plantea que la educación para estos grupos "...es parte integrante del servicio público educativo". (Art. 46), y que "...el Estado apoyará a las instituciones y fomentará programas y experiencias orientadas a la adecuada atención educativa..." (Art. 47).

**La Ley 119 de 1994**, por la cual se reestructura el SENA, en su Artículo 3º numeral 9, señaló como uno de sus objetivos el de "Organizar programas de readaptación profesional para personas discapacitadas".

**El decreto 1860 de agosto 3 de 1994,** por el cual se reglamenta parcialmente la **Ley 115 de 1994**, en los aspectos pedagógicos y organizativos generales para la prestación del Servicio Público Educativo y donde establece los aspectos generales del Proyecto Educativo Institucional PEI

**El Decreto 2082 del 18 de noviembre de 1996:** reglamentó la atención educativa para personas con limitaciones o con capacidades o talentos excepcionales.

**Decreto 2082 de 1996:** reglamenta la atención educativa para personas con limitaciones o capacidades excepcionales15, en desarrollo del cual se formuló lo correspondiente al Plan de Cubrimiento Gradual de Atención Educativa para las personas con limitaciones o capacidades excepcionales;

**Decreto 2369 de 1997:** da recomendaciones de atención a personas con limitación auditiva;

**Decreto 3011 de 1997** sobre adecuación de instituciones en programas de educación básica y media de adultos con limitaciones;

**Decreto 672 de 1998** relacionado con la educación de niños sordos y la lengua de señas.

**Decreto 19 de 2012**: Se dictan normas para suprimir o reformar regulaciones, procedimientos y trámites innecesarios. No se discriminará a las personas en situación de discapacidad. En ningún caso la limitación de una persona, podrá ser motivo para obstaculizar una vinculación laboral, a menos que dicha limitación sea claramente demostrada como incompatible e insuperable en el cargo que se va a desempeñar.

**Decreto 2226 de 1996**: Se asigna al Ministerio de Salud, la dirección, orientación y vigilancia de los planes y programas que en el campo de la salud, y de acuerdo con la legislación vigente, están dirigidos a la Tercera Edad, Indigentes, Minusválidos y Discapacitados.

### 2.3.3 Contexto Regional

La Secretaría de Educación de Medellín (SEM, 2014), cuenta con diferentes programas que buscan garantizar el derecho a la educación con calidad para las personas con discapacidad y/o capacidades o talentos excepcionales:

Aulas de Apoyo: Definidas por el Decreto 2082 en su Artículo 14. como un "*conjunto de servicios, estrategias y recursos que ofrecen las instituciones educativas para brindar los soportes indicados en el inciso 3º del artículo 2º de este decreto que permitan la atención integral de los educandos con limitaciones o con capacidades o talentos excepcionales".*

Unidad de Atención Integral UAI: definida por el Decreto 2082 en su Artículo 15 como "*un conjunto de programas y de servicios profesionales que de manera interdisciplinaria, ofrecen las entidades territoriales, para brindar a los establecimientos de educación formal y no formal, estatales y privados, apoyos pedagógicos, terapéuticos y tecnológicos complementarios.*

*Estas unidades dispensarán primordial atención a las actividades de investigación, asesoría, fomento y divulgación, relativas a la prestación del servicio educativo para la población con limitaciones o con capacidades o talentos excepcionales.*

En el Municipio de Medellín la Unidad de Atención Integral UAI está reglamentada por Acuerdo 21 de 2005 y se contrata por prestación de servicios como lo determina el Decreto 366 de 2009 en su Artículo 12: *"CONTRATACIÓN DEL SERVICIO. Las entidades territoriales certificadas contratarán la prestación de los servicios de apoyo pedagógico que requieran con organizaciones de reconocida trayectoria e idoneidad en la prestación o promoción del servicio de educación.*

Conforman la Unidad de Atención Integral 144 profesionales distribuidos en equipos de actuación diferenciada, que de manera oportuna brindan el servicio en las sedes educativas asignadas, son ellos:

Evaluación psicopedagógica

Implementación de apoyos

Apoyo a la discapacidad sensorial

Programa de Formación para el Trabajo y Desarrollo Humano, de estudiantes con Discapacidad Cognitiva

Talentos Excepcionales

Trastorno por Déficit de Atención con o sin Hiperactividad TDAH

Investigación y sistematización de Experiencias Significativas

Orientadores en ejes temáticos: Flexibilidad Curricular, Transformación Institucional

Se atienden en la actualidad 5511 estudiantes pertenecientes a 154 sedes educativas.

Educación Primaria Virtual: como alternativa para garantizar el derecho a la educación a personas que por su grado de discapacidad y las condiciones del medio o extraedad no pueden acceder ni permanecer en un establecimiento educativo, la Secretaría de Educación diseñó un programa de Educación Virtual, modalidad Blended.

Apoyo a la inclusión educativa de estudiantes con limitación auditiva: mediante contratación con la Fundación Prodébiles Auditivos, para brindar apoyo a 150 estudiantes con limitación auditiva no usuarios de lengua de señas, matriculados en diferentes instituciones de la ciudad.

### 2.3.4 Contexto Institucional

**PEI**. El documento analizado, se encuentra desactualizado. La última versión es del año 2007. Por lo tanto, no hay coherencia con la realidad, pues para esa época se atendía población con discapacidad sensorial y regular.

En dicho documento, se desarrollan conceptualmente algunos términos como por ejemplo, integración e inclusión. Se elabora una narración histórica de la educación del sordo, omitiendo de alguna manera lo que sucedía a la par con la educación de la persona ciega.

La filosofía se enmarca bajo los principios de igualdad, equidad, respeto por la diferencia, pertenencia y tolerancia, enfatizando la convivencia en la comunidad sorda y el uso de la lengua de señas y el castellano. En el componente Teleológico se describe en la misión a la I.E como integradora de amplia tradición en la atención a población con discapacidad sensorial.

En el marco de la gestión académica dentro de un enfoque inclusivo, muchas acciones se realizan ajustadas a la realidad, así no se cuente con un PEI actualizado.

La revisión del PEI (2012), presenta un diagnóstico demográfico basado en el informe realizado en el 2004, teniendo en cuenta que en dicho momento histórico de la Institución se vivió la integración de estudiantes sin discapacidad. En aquel momento, de transformación institucional, se estipularon dos modelos pedagógicos: el "modelo integral multicultural" y el "modelo integrador, innovador participativo". El primer modelo, es dirigido a la población sorda y se acogen elementos de otros modelos: desarrollista, socialista, conductista y crítico. El segundo, se propone para la población invidente y sin discapacidad, retomando como en el modelo anterior, elementos de las tendencias: desarrollista, conductista y social, nombradas éstas en el PEI, indistintamente como modelos.

Las estrategias metodológicas se focalizan hacia la población sorda, apoyadas en el bilingüismo y los aprendizajes que desde la práctica han enriquecido el saber del maestro en la Institución.

En el PEI también se anexan los planes de área; sin embargo se retomaron los planes que se han construido para el año en curso. Éstos se realizan en un único formato institucional, en el cual se incluyen: indicadores de desempeño, contenidos específicos y las actividades y estrategias de evaluación.

Para la reconstrucción del PEI, se sugiere describir las acciones que corresponden a cada componente: El plan de estudios, el enfoque metodológico, los recursos para el aprendizaje, la jornada escolar y la evaluación, de acuerdo al diagnóstico que actualmente se adelanta.

Institucionalmente, debe haber claridad y consenso entre lo que es el Plan de Estudios y la Planeación de Aula. Y cómo se transversalizan las acciones para que todos aprendan juntos. Asimismo, se ha de construir un enfoque metodológico inclusivo que "utilice diferentes vías sensoriales, que sea sistemático, que organice el proceso de enseñanza aprendizaje teniendo en cuenta la interdisciplinariedad, que el aprendizaje sea significativo, que todos los docentes utilicen estrategias de trabajo cooperativo" (Guía 34).

# 2.4 Marco Espacial

## 2.4.1 La Institución

El origen de la Institución Educativa se remonta al año 1923 fundada por don Francisco Luis Hernández Betancur. Fue la primera institución para personas sordas en la ciudad y en el país, iniciando labores el 2 de marzo de 1925.

El objetivo inicial era la enseñanza de la palabra hablada a partir de la metodología oralista y la formación laboral. En esa época, la persona sorda era considerada como un enfermo que debía ser rehabilitado y normalizado por lo que el uso de la lengua manual era prohibido. A pesar de esta prohibición y debido a que los estudiantes vivían internos en el colegio, se fue configurando un código manual de comunicación espontánea.

Para el año 1935 la escuela ocupó su propio local, en el cual continúa hasta la fecha. En sus primeras décadas la institución marca pautas en la educación de las personas en situación de discapacidad sensorial, tanto a nivel nacional como en América Latina. Basadas en este modelo fueron pensadas instituciones similares en Venezuela, Ecuador y Costa Rica.

Históricamente, la institución era reconocida como CIESOR (Escuela de ciegos y sordos) y ofrecía sólo enseñanza de básica primaria y formación laboral en talleres especializados. La escuela estaba dividida en dos secciones: masculina y femenina, con población de ambas discapacidades sensoriales.

En 1952 las niñas ciegas y sordas son reubicadas al crearse el Instituto San Luis María de Montfort, en el municipio de Bello, ubicado en una casa contigua al Hospital Mental y administrada por las Hermanas de la Sabiduría.

La sección masculina continúa en Aranjuez como Ciesor y en 1960 se entrega su dirección a la comunidad francesa de los Hermanos de San Gabriel.

Finalizando los años 80, se dan varios cambios importantes, por ejemplo, en 1988 se retiran las comunidades religiosas e ingresan administradores laicos. En ese mismo año se traslada el Instituto Montfort del municipio de Bello a CIESOR, pero cada institución era administrada independientemente y laborando en diferentes jornadas.

Se inicia un proceso institucional de reflexión sobre sus prácticas pedagógicas, adoptando como modelo pedagógico la comunicación total: uso de señas en el acompañamiento de la palabra y la inclusión de todas las formas posibles de comunicación, como gestos naturales, habla, signos formales, pantomima, escritura, español signado, amplificación residual, dibujos, entre otros.

Dicho modelo pedagógico duró poco tiempo al evidenciarse que impedía la adquisición plena de una lengua natural que vehiculizara la enseñanza.

Asimismo, en 1988 es suprimido el internado, lo que generó una desubicación de los sordos que tuvieron que integrarse a aulas regulares cercanas a sus residencias (que en muchos casos estaba en otros municipios, departamentos e incluso países, como cuba, Bolivia, Venezuela, Ecuador, Costa Rica).

La década de los 90 también ocurrieron cambios importantes para la educación de los sordos. Por ejemplo, el 6 de marzo de 1990 se crea el Centro Oficial de Adultos del Nivel Básico, Juan de Padua (COANB) funcionando en las instalaciones de CIESOR en horas de la noche y que permaneció hasta 1995.

La Federación Nacional de Sordos de Colombia (Fenascol), logra en 1996 el reconocimiento de la Lengua de Señas Colombiana (LSC), con la ley 324. En 1997, se fusionan las tres instituciones y se crea el Colegio de Atención al Limitado Sensorial Francisco Luis Hernández Betancur.

El siglo XXI trae consigo nuevas transformaciones. Por ejemplo, ingresa en el año 2002 población sin discapacidad. Con la entrada en vigencia de la Ley 715 de 2001 se da el paso de colegio a Institución Educativa y se consolida como Institución Educativa Francisco Luis Hernández Betancur, de carácter regular -adscrita a la Secretaría de Educación de Medellín- que brinda los niveles de preescolar, básica y media, con una propuesta educativa bilingüe-intercultural.

Esta transformación implica un nuevo reto, borrar años de representación social de escuela especial y consolidarse como Institución Educativa de Calidad.

De este cambio, en el 2004 se gradúa la primera promoción de bachilleres sordos de la ciudad de Medellín y en 2005 se gradúa la primera promoción del colegio con población integrada: sordos, ciegos y sin discapacidad.

En el 2013 las dinámicas y prácticas educativas se reconfiguran frente a la llegada de una nueva población estudiantil con capacidades diversas y otras discapacidades. La IEFLHB acoge en sus aulas a estudiantes de la IE Fundación Colegio Presbítero Hernando Barrientos Cadavid.

Es así como, el reto de ser una institución incluyente se confirma y es propósito organizar sus componentes con miras a mejorar la calidad en la prestación del servicio educativo.

### 2.4.2 Identificación de la población en situación de discapacidad.

De la actualización del reporte Sistema de Matrícula Estudiantil (SIMAT) a abril de 2014, se extraen los siguientes datos estadísticos, que nos permiten visualizar el número de estudiantes que residen en cada comuna de la ciudad y la discapacidad que presentan.

**Tabla 2-1**

*Datos totales de estudiantes*

| ESTUDIANTES | CANTIDAD | % |
|---|---|---|
| Con discapacidad | 470 | 50,2% |
| Sin discapacidad | 465 | 49,8% |
| **Total Estudiantes** | **935** | **100%** |

**Tabla 2-2.**

*Cantidad de estudiantes con discapacidad y tipo de discapacidad.*

| | TIPO DE DISCAPACIDAD | | TOTAL | | OBSERVACIONES |
|---|---|---|---|---|---|
| **Población identificada con soporte diagnóstico** | • Visual | Ceguera | 23 | 2,5% | |
| | | Baja visión | 22 | 2,4% | |
| | • Auditiva | Sordo | 188 | 20,1% | |
| | | Hipoacusia | 37 | 4,0% | |
| | | Sordo castellano | 1 | 0,1% | |
| | Lesión neuromuscular | | 1 | 0,1% | |
| | Limitación física | | 5 | 0,5% | |
| | Autismo | | 6 | 0,6% | |
| | Síndrome de Down | | 15 | 1,6% | |
| | Discapacidad Cognitiva | | 94 | 10,1% | |
| | Parálisis cerebral | | 8 | 0,9% | |
| | Múltiple | | 33 | 3,5% | |
| | Talentos excepcionales | | 0 | 0% | Hay varios estudiantes en proceso de evaluación |
| | OTRAS | Total general | 37 | 4,0% | |
| | | TDAH | 24 | | Se presenta en la mayoría de los casos comorbilidad con otras dificultades tales como: Trastorno oposicionista desafiante, CI limítrofe, dificultades de aprendizaje y discalculia. |
| | | Otras condiciones diagnosticadas | 13 | | En esta categoría existen estudiantes con diagnósticos particulares y asociados a otros de: CI limítrofe que no se consideran en riesgo de tener discapacidad intelectual; dislexia y alexia, discalculia, trastorno oposicionista desafiante, trastorno de la lectura y la expresión escrita, trastorno del desarrollo del habla y del lenguaje, trastorno de la conducta insociable, otros trastornos del desarrollo de las habilidades escolares. |
| | Estudiantes en proceso de evaluación o diagnóstico | | 15 | 1,6% | Remisiones a evaluación neuropsicológica y valoración audiológica. |

Población identificada con soporte diagnóstico discriminada por comunas:

La Institución Educativa se encuentra localizada en el barrio Aranjuez, Comuna 4. Sin embargo, gran cantidad de estudiantes se desplazan de otras comunas y municipios a la Institución, ya sea por medio de transporte particular o haciendo uso de las rutas brindadas por la Secretaría de Educación. La siguiente tabla detalla la cantidad de estudiantes con y sin discapacidad por cada comuna, corregimiento o municipio:

**Tabla 2-3.**

Población estudiantes barrios de Medellín. IE Francisco Luis Hernández

| COMUNA | CON DISCAPACIDAD | % | SIN DISCAPACIDAD | % | TOTAL ESTUDIANTES | % TOTAL |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1. Popular** | 29 | 3,10% | 8 | 0,86% | 37 | 3,96% |
| **2. Santa Cruz** | 48 | 5,13% | 21 | 2,25% | 69 | 7,38% |
| **3. Manrique** | 76 | 8,13% | 34 | 3,64% | 110 | 11,76% |
| **4. Aranjuez** | 127 | 13,58% | 367 | 39,25% | 494 | 52,83% |
| **5. Castilla** | 18 | 1,93% | 5 | 0,53% | 23 | 2,46% |
| **6. 12 de Octubre** | 17 | 1,82% | 3 | 0,32% | 20 | 2,14% |
| **7. Robledo** | 29 | 3,10% | 3 | 0,32% | 32 | 3,42% |
| **8. Villa Hermosa** | 23 | 2,46% | 8 | 0,86% | 31 | 3,32% |
| **9. Buenos Aires** | 13 | 1,39% | 1 | 0,11% | 14 | 1,50% |
| **10. La Candelaria** | 9 | 0,96% | 0 | 0,00% | 9 | 0,96% |
| **11. Laureles** | 1 | 0,11% | 0 | 0,00% | 1 | 0,11% |
| **12. La América** | 8 | 0,86% | 0 | 0,00% | 8 | 0,86% |
| **13. San Javier** | 23 | 2,46% | 6 | 0,64% | 29 | 3,10% |
| **14. El Poblado** | 1 | 0,11% | 1 | 0,11% | 2 | 0,21% |
| **15. Guayabal** | 5 | 0,53% | 0 | 0,00% | 5 | 0,53% |
| **16. Belén** | 17 | 1,82% | 2 | 0,21% | 19 | 2,03% |
| | **444** | **47,49%** | **459** | **49,09%** | **903** | **96,58%** |

**Tabla 2-4.**

Población estudiantes corregimientos de Medellín. IE Francisco Luis Hernández

| Corregimientos | CON DISCAPACIDAD | % | SIN DISCAPACIDAD | % | TOTAL ESTUDIANTES | % TOTAL |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **San Cristóbal** | 1 | 0,11% | 0 | 0,00% | 1 | 0,11% |
| **Santa Elena** | 1 | 0,11% | 0 | 0,00% | 1 | 0,11% |
| | **2** | **0,21%** | **0** | **0,00%** | **2** | **0,21%** |
| **TOTAL MEDELLÍN** | **446** | **47,70%** | **459** | **49,09%** | **905** | **96,79%** |

**Tabla 2-5.**

Población estudiantes municipios Valle de Aburrá. IE Francisco Luis Hernández

| Municipios | CON DISCAPACIDAD | % | SIN DISCAPACIDAD | % | TOTAL ESTUDIANTES | % TOTAL |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Itagüí** | 2 | 0,21% | 3 | 0,32% | 5 | 0,53% |
| **Bello** | 18 | 1,93% | 3 | 0,32% | 21 | 2,25% |
| **Copacabana** | 3 | 0,32% | 0 | 0,00% | 3 | 0,32% |
| **Envigado** | 1 | 0,11% | 0 | 0,00% | 1 | 0,11% |
| | **24** | **2,57%** | **6** | **0,64%** | **30** | **3,21%** |
| **TOTAL INSTITUCIÓN** | **470** | **50,27%** | **465** | **49,73%** | **935** | **100,00%** |

Al observar el consolidado de los estudiantes con y sin discapacidad por cada comuna y darle una lectura a los datos arrojados, se puede interpretar que la Institución Educativa Francisco Luis Hernández Betancur, debe ser considerada como una Institución de Ciudad, que acoge y brinda apoyo a las personas con discapacidad independiente del lugar de residencia.

Lo anterior, se puede evidenciar cuando se comparan los datos arrojados: El porcentaje de estudiantes con discapacidad de la comuna 4 es del 13,6%, comparado con los estudiantes en la misma condición que provienen de otras comunas o municipios, porcentaje que asciende al 86,4%.

### Población identificada por edad y género

Para la población de la Institución Educativa Francisco Luis Hernández Betancur, se encuentra que en algunas ocasiones pueden confluir ciertos factores de riesgo sumado a la discapacidad. Uno de ellos, se establece en la relación edad – grado de escolaridad, en este caso, el proceso formativo de un estudiante en un grado escolar no corresponde con su edad cronológica, es decir, aparece el fenómeno denominado “extraedad”; en otras palabras, el estudiante tiene entre 2 y 3 años (hasta más) por encima de la edad cronológica promedio para cursar un grado.

De los datos obtenidos en el diagnóstico institucional, se halló que en la Institución tiene alrededor de 359 estudiantes en extraedad, escolarizados, en los diferentes niveles básica (primaria – secundaria) y en la media, con mayor predominio en los grados sexto y séptimo.

De estos estudiantes, el 38,3% son personas con discapacidad. Es importante aclarar, que en este dato no se incluyeron los grupos de aceleración del aprendizaje, ni los grupos multigrado, caracterizándose gran parte de los 78 estudiantes que cursan alguno de estos dos programas en extraedad.

La lectura que se hace de estudiantes según el género, evidencia que la población masculina es predominante con 558 estudiantes, es decir, aproximadamente un 59,7%; mientras que la población femenina llega al 40,3%, con 377 estudiantes mujeres.

**Factores protectores y factores de riesgo**

El ingreso a la Institución de estudiantes de distintas zonas de la ciudad y municipios del área metropolitana, permite darle otra lectura al contexto institucional. En cuanto a los factores de riesgo y protectores asociados, se evidencian:

**Desempleo**

El desempleo es un factor de riesgo significativo en todas las comunas de Medellín, generando diversidad de prácticas que se encuentran dentro de la informalidad (ventas ambulantes, la prostitución, entre otras), y un fácil acceso, por su condición de vulnerabilidad, a la delincuencia común y diferentes riesgos sicosociales.

Es un factor determinante en las condiciones de vida de las familias pues carecen de garantías sociales y condiciones dignas para generar procesos de formación de sus hijos. Tiene gran incidencia en la IEFLHB debido a que estas ocupaciones son realizadas por miembros de las familias de los estudiantes con discapacidad, que provienen de las diferentes comunas de la ciudad como: Manrique, Santa Cruz, Popular, Robledo, Aranjuez, y otras.

A lo anterior, se debe tener en cuenta que la población con discapacidad tiene mayor dificultad de acceder a las fuentes laborales, porque frecuentemente el derecho a un trabajo digno es violentado o vulnerado, tal como lo mencionan diferentes estudios del Estado como el realizado por la Personería de Medellín en el informe presentado en el 2010 sobre accesibilidad al trabajo digno.

Debido a que el número de estudiantes con discapacidad en la IE es alto, el panorama social para ellos y sus familias es incierto e influye en la percepción laboral y en la construcción del plan de vida.

**Atención en Salud**

Es un factor de riesgo y protector. Como factor de riesgo, es frecuente la vulneración de derechos en salud a la población con discapacidad, por tal motivo, las familias, cuidadores, representantes legales y las personas con discapacidad soliciten a través de acciones legales el reconocimiento de sus derechos de atención en salud. Esta dificultad la viven actualmente las personas de diferentes comunas y municipios, al no disponer dentro del plan obligatorio de salud con servicios que se requieren para la población con o sin discapacidad.

Como factor protector, tenemos el acceso de la población a ciertos beneficios que le brinda el sector salud, en relación al diagnóstico, intervención y seguimiento de las condiciones de salud.

**Espacio público - Movilidad**

La ubicación geográfica de la ciudad y el incremento urbanístico en laderas han generado dificultades de accesibilidad, lo que representa riesgo y mayor esfuerzo personal y familiar para el traslado de los estudiantes con movilidad reducida y talla baja.

**Inclusión en Educación Superior y Educación para el trabajo y el desarrollo humano**

A pesar de los esfuerzos de movimientos sociales, políticos y académicos, la situación de ingreso y permanencia a la educación superior de las personas con discapacidad es muy bajo. Si se tiene cuenta que anualmente, se entregan un buen número de becas para el ingreso a la educación superior estas no cubren ni benefician directamente a la población con discapacidad.

En relación a la Educación para el Trabajo y el Desarrollo Humano, el panorama no es distinto, ya que la oferta en el municipio es reducida a instituciones como la Maestro Guillermo Vélez, ubicada en la comuna 4, cuyos programas están dirigidos a población específicamente con discapacidad cognitiva, siendo la única institución de la Secretaría de Educación que cuenta con formación laboral para dicha población, dejando a un lado, personas con otras discapacidades (sensoriales, físicas, autismo).

**Conflicto urbano**

El conflicto urbano en la ciudad de Medellín no tiene fronteras entre sus comunas, corregimientos y municipios del área metropolitana, vivenciado por los estudiantes, quienes manifiestan en sus acciones y discursos, los conflictos sociales y familiares que viven. Además, se suman otros factores de riesgo en los diferentes sectores sociales como es la presencia de grupos armados que incrementan el porte, venta y distribución de armas y consumo de sustancias psicoactivas.

**Socioeconomía**

En mayor número las familias de la comunidad educativa se encuentran en estrato 2. Este nivel puede limitar las posibilidades de participación socialmente. Esta situación también ha implicado la búsqueda de oportunidades o subsidios a través de la beneficencia por vulnerabilidad y no desde un enfoque de derechos. Igualmente, algunas de las familias han sido desplazadas de sus territorios, habitando diferentes zonas de la ciudad, principalmente en las laderas.

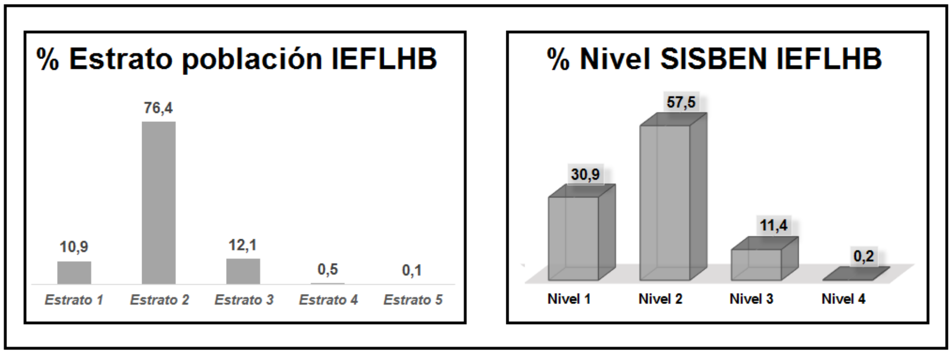



***Figura 2-7***. Porcentaje población de su estrato y nivel SISBEN.

**Planta docente**

Los 90 años de historia educativa han logrado que docentes y equipo de trabajo, desarrollen una mirada distinta frente a los factores de riesgo y protectores de la comuna. Por un lado, al estar sensibilizados con la discapacidad se implementan en los espacios pedagógicos diversas metodologías y estrategias acordes con las fortalezas y necesidades de los estudiantes.

**Recreación y tiempo libre**

Las personas sin discapacidad tienden a gozar más de espacios de recreación y tiempo libre a través de los programas de la Alcaldía y en entidades privadas. Sin embargo, la participación de las personas con discapacidad se ve reducida a estos escenarios. Pero es contraria su asistencia a programas de rehabilitación, habilitación o especializados según la discapacidad.

La articulación que ha tenido la Institución Educativa con el INDER y otros programas deportivos y recreativos, gracias a sus amplias instalaciones, ha posibilitado que la Institución sea reconocida y cuidada por la comunidad, generando representaciones de la institución como lugar de esparcimiento e interacción.

## 2.4.3 Datos Generales de la Institución:

**Tabla 2-6**

Datos identificadores institución

| INSTITUCIÓN EDUCATIVA FRANCISCO LUIS HERNÁNDEZ BETANCUR. | | | |
|---|---|---|---|
| ***Municipio*** | ***Zona*** | ***Comuna*** | ***Barrio*** |
| MEDELLÍN | NORORIENTAL | 4 | ARANJUEZ |
| ***NIT*** | ***Dirección:*** | ***Teléfono:*** | **DANE:** |
| 811019153−4 | Calle 87 No 50 AA 21 | 2368970 | 105001017876 |
| ***Correo Electrónico:*** | | | |
| ie.franciscoluishern@medellin.gov.co //// iefranciscoluis@iefranciscoluis.edu.co | | | |
| ***Página Institución*** | | | |
| http://www.iefranciscoluis.edu.co | | | |
| ***Twitter*** | | | |
| Francisco Luis @ciesor | | | |
| **Rector: Fernando Vargas Rojas** | | | |


***Figura 2-8***. Ubicación de Medellín y la institución en Colombia.

Fuente: http://www.atlesdeladiversitat.net/es/system/files/fpresentation/107204__colombia_medellin.jpg

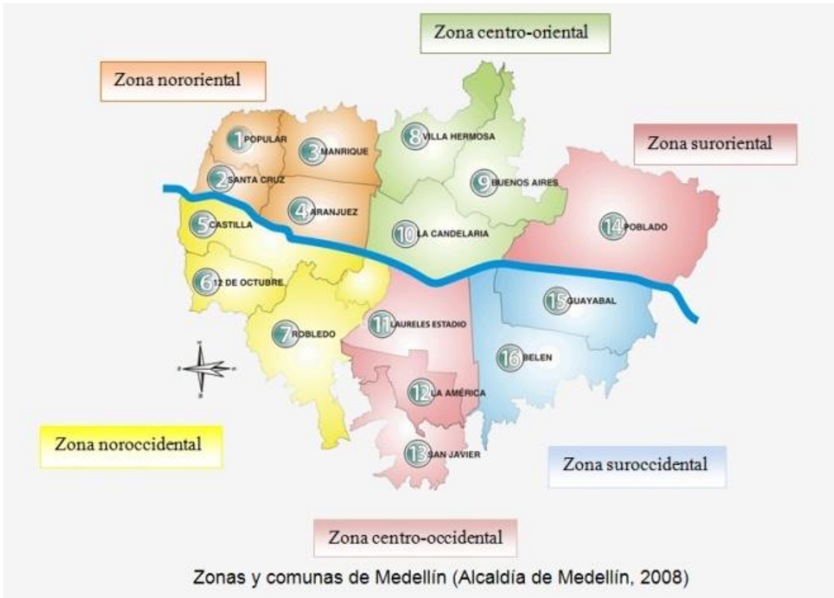



***Figura 2-9***. Ubicación de la institución. En la comuna 4 de Medellín.

Fuente: http://comunicaciones.udea.edu.co/corpuslinguistico/?opcion=6


***Figura 2-10***. Vista aérea de la institución.

Fuente: https://www.google.com/maps/place/Medell%C3%ADn,+Antioquia,+Colombia/@6.2788702,-75.5601056,323m/data=!3m1!1e3!4m2!3m1!1s0x8e4428ef4e52dddb:0x722fd6c39270ac72!6m1!1e1


*Figura 2-11*. La I.E. Francisco Luis Hernández Betancur, pertenece al núcleo educativo 918. Está en el barrio Aranjuez, comuna 4, Zona Nororiental.

Fuente: https://www.google.com.co/maps/place/Medell%C3%ADn,+Antioquia/@6.2789479,-75.5589419,17z/data=!4m2!3m1!1s0x8e4428ef4e52dddb:0x722fd6c39270ac72

## 2.4.4 Discapacidades

En las siguientes tablas, se presentan los diferentes tipos de discapacidad que se atienden en la institución:

**Tabla 2-7**

Discapacidades en Básica Primaria.

| Discapacidades Primaria | | |
|---|---|---|
| *Invidente* | *Retardo mental* | *Encefalia* |
| *Baja visión* | *TDAH* | *Retardo desarrollo psicomotor* |
| *Hipoacusia* | *Cognitiva* | *Baja visión + retardo mental* |
| *Sordo* | *Distrofia muscular* | *Retardo mental + hipoacusia* |
| *Múltiple* | *Autismo + Desarrollo psicomotor* | *Parálisis facial* |
| *Autismo* | *Baja visión + retraso psicomotor* | *Física - macroencefalia* |
| *Síndrome Kabuki* | *Cognitivo + TDAH* | *Trastorno opositor desafiante + epilepsia* |
| *Síndrome Torch* | *Trastorno Epitelial focal* | *Autismo + retardo mental* |
| *Parálisis Cerebral* | *Dislexia − Aslexia* | *Trastorno Bipolar* |
| *Síndrome de Down* | *Invidente - Cognitivo* | *Lenguaje* |
| | | *Movilidad reducida + comunicativa* |

**Tabla 2-8**

Discapacidades en Básica Secundaria y Media.

| DISCAPACIDADES BACHILLERATO | |
|---|---|
| *Invidente* | *Cognitiva* |
| *Baja visión* | *Distrofia muscular* |
| *Hipoacusia* | *Cognitivo + TDAH* |
| *Sordo* | *Retardo mental + Síndrome Adpeny* |
| *Movilidad reducida* | *Talla baja - Movilidad reducida* |
| *Síndrome Marfan + retardo mental* | *Baja visión + retardo mental* |
| *Hipoacusia - Síndrome Morquio - Talla baja* | *Movilidad reducida - Parálisis* |
| *Parálisis Cerebral* | *Retardo mental + Discapacidad motriz (movilidad reducida)* |
| *Retardo mental* | *TDAH* |

# 3. Diseño metodológico

En este numeral se describen los aspectos metodológicos de la investigación, los instrumentos utilizados y el procedimiento de análisis realizado. Inicialmente se presenta la población sobre la cual se realiza la propuesta, el marco teórico y metodológico que se utilizará para el desarrollo de la propuesta, esto es, la enseñanza de las inecuaciones lineales en los estudiantes sordos.

## 3.1 Población de estudio

La investigación se realiza en la Institución Educativa Francisco Luis Hernández Betancur, la que está ubicada en Medellín, Colombia. Los estudiantes motivo del trabajo son del grado undécimo (11A) de la IE. El grupo está conformado por 23 estudiantes, todos con diagnóstico de sordera profunda ("hipoacusia neurosensorial bilateral profunda").

Algunos de los estudiantes tienen otras particularidades: dos estos estudiantes tienen el Síndrome de Waardenburg. (*Síndrome de Waardenburg, síndrome de Klein-Waardenburg o síndrome de Waardenburg-Shah es un grupo de afecciones hereditarias caracterizadas por sordera y albinismo parcial (piel, cabello y ojos de color claro*)). Una estudiante presenta, como discapacidad asociada, parálisis cerebral. Otro de los estudiantes, tiene implante en su oído derecho. Hay dos estudiantes muy oralizadas y alcanzan a leer los labios. Por otro lado, un estudiante presenta discapacidad cognitiva además, claro, de la sordera.

En la sección 2.4.1 se describe detalladamente la Institución donde se desarrolla la investigación y por tanto, donde permanecen los estudiantes sordos del estudio.

## 3.2 Marco teórico

En cuanto al marco teórico y metodológico para construir el objeto o concepto de inecuación lineal se toma como referente la teoría APOE, la cual fue explicada en la sección 2.1.3 (marco teórico). El diseño metodológico se basa en la teoría APOE, apropiado para los estudiantes sordos pues permite realizar una descomposición genética de manera flexible, partiendo de sus saberes previos, tal como lo expone la sección 2.1.4.

Se desarrolla una descomposición genética para las inecuaciones lineales, la que está referida al plan de área de la institución que, a su vez, está acorde con los lineamientos curriculares del MEN; sin embargo, como se describe en la Sección 4, después de la prueba diagnóstica es necesario refinar la descomposición genética, con el fin de incluir los conceptos que a juicio del profesor el estudiante debería manejar y aun no lo hace.

El docente entonces tiene la libertad de adecuar la secuencia didáctica necesaria y utilizar estrategias de enseñanza con el fin de orientar al estudiante, con su aprendizaje y comprensión del objeto inecuaciones lineales.

A la par, debe presentarse el programa GeoGebra, el uso de la herramienta exige la inclusión de conceptos, tanto de su manejo como los propios del software. El software GeoGebra, escogido por su facilidad de manejo y por ser gratuito, es una herramienta que mostrará de manera concreta la teoría, esto es lo abstracto.

Con estas estrategias específicas, se busca desarrollar y ayudar al estudiante con sus construcciones mentales.

## 3.3 Tipo de Investigación

Cuando se tienen bajos resultados académicos o los resultados no son los esperados, en un grupo determinado, es apenas lógico buscar las causas o motivos de su aparente bajo rendimiento en matemáticas. Cuando se trabaja con sordos esto es notable, mucho más, cuando comparamos esos rendimientos respecto a los estudiantes oyentes. A todas estas, el docente de matemáticas procura entender las dificultades (causas) para el aprendizaje de las matemáticas.

Desde esta óptica, con el propósito de conocer diferentes elementos en la enseñanza de las inecuaciones y así generar propuestas para mejorarla y, de otro lado, el conocer los procesos de aprendizaje de los estudiantes sordos en este tema específico de las matemáticas, se realiza una investigación cualitativa de estudio de casos (monografía de análisis de experiencias). (Bernal Torres, 2010)

## 3.4 Método

Teniendo en mente el que se realizará una investigación de tipo estudio de caso El interés básico es conocer en parte algunos procesos cognitivos realizados por el estudiante sordo en temas de matemáticas y por otro lado, presentar propuestas de enseñanza para esos temas de matemáticas. (Bernal Torres, 2010, pág. 117)

Este estudio de casos, como método de investigación cualitativa, tiene como situación inicial y particular el que parte de la experiencia docente y sus inquietudes respecto al poco avance del aprendizaje, de las dificultades que presentan los estudiantes sordos en temas de matemáticas y eso lo motiva para realizar esta investigación.

La situación inicial tiene que ver con la experiencia docente y verificación en el aula, de las dificultades que presentan los estudiantes sordos en cuanto a las propiedades de orden en los números reales y la ubicación de puntos en la recta numérica,

Es de resaltar que en esta investigación, el investigador es al mismo tiempo el docente que desarrolla el trabajo en el aula y en este sentido tiene un gran contexto sobre la Institución y cómo son tratados los estudiantes sordos, la cual es la primera fase de un estudio de caso: el contexto. La investigación luego continua con las siguientes dos fases, la aplicación en el aula y la discusión.

## 3.5 Instrumento de recolección de información

Se usaron diferentes instrumentos. Inicialmente, una prueba diagnóstico (ver Anexo B), en particular, del tema Desigualdades e Inecuaciones, teniendo como referencia una prueba inicial de una unidad didáctica de inecuaciones. (Torres, 2004) .

Luego, de acuerdo con los temas tratados en el aula, se realizan pruebas escritas y se verificaron con Geogebra. Por último, una aplicación de las desigualdades e inecuaciones (ejercicio sobre programación lineal), en la que fue necesario utilizar Geogebra.

Se diseña una prueba diagnóstica que permita valorar los conceptos que el estudiante debe manejar para abordar el aprendizaje de las inecuaciones lineales. El diseño de la prueba diagnóstica, de acuerdo con el plan de área, se apoya en la descomposición genética.

Adicionalmente, se realiza un seguimiento del proceso de aprendizaje del estudiante que incluyen quices, salidas al tablero y ejercicios en Geogebra. Finalmente se realiza una prueba sobre programación lineal en la que fue necesario utilizar Geogebra.

## 3.6 Cronograma

**Tabla 3-1**

Cronograma de actividades

| ACTIVIDADES | SEMANAS | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Actividad 1.1 | ■ | ■ | ■ | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Actividad 1.2 | | ■ | ■ | ■ | ■ | | | | | | | | | | | | | | | |
| Actividad 1.3 | | ■ | ■ | ■ | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Actividad 1.4 | | | ■ | ■ | ■ | | | | | | | | | | | | | | | |
| Actividad 1.5 | | | | ■ | ■ | | | | | | | | | | | | | | | |
| Actividad 2.1 | | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | | | | | | | | | | | | | | |
| Actividad 2.2 | ■ | ■ | ■ | ■ | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Actividad 2.3 | | | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | | | | | | | | | | | | |
| Actividad 3.1 | | | | | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | | | | | | | | |
| Actividad 4.1 | | | | | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | | | | | | | |
| Actividad 4.2 | | | | | | | | | | | | ■ | ■ | | | | | | | |
| Actividad 4.3 | | | | | | | | | | | | | | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | | |

**Tabla 3-2**

Planificación de actividades

| FASE | OBJETIVOS | ACTIVIDADES |
|---|---|---|
| Fase 1: Caracterización | Identificar y caracterizar metodologías para la enseñanza de las desigualdades e inecuaciones con mediación de las TIC. | 1.1. Revisión bibliográfica sobre TIC y la matemática en la educación media; el software Geogebra para la educación media.<br>1.2. Revisión bibliográfica de la enseñanza a estudiantes sordos y del proceso enseñanza-aprendizaje sordos en matemáticas.<br>1.3. Revisión bibliográfica sobre la teoría APOE para la enseñanza aprendizaje inecuaciones y de conceptos matemáticos personas sordas.<br>1.4. Revisión bibliográfica de las entidades estatales que tienen que ver con la población en situación de discapacidad, en especial las personas sordas y en diferentes ámbitos: educación (educación media), normatividad, salud, población vulnerable, etc.<br>1.5. Revisión bibliográfica de GeoGebra en desigualdades e inecuaciones. |
| Fase 2: Diseño e Implementación. | Construir actividades desde el plan de área de matemáticas y de la teoría APOE, para la enseñanza del tema inecuaciones.<br>Construir actividades para la enseñanza del manejo básico del software GeoGebra.<br>Actividades secuenciales de GeoGebra para inecuaciones. | 2.1 Diseño y construcción de actividades para evaluación de los conocimientos previos y requeridos para el tema.<br>2.2 Diseño y construcción de guías de clase para la revisión de conceptos necesarios: Conjuntos de Números, Recta Numérica, Intervalos, Desigualdades, Inecuaciones.<br>2.3 Diseño de actividades didácticas en matemáticas y geometría, utilizando GeoGebra |
| Fase 3: Aplicación | Aplicar las actividades propuestas a partir de un estudio de caso en el grupo 11A de la Institución Educativa Francisco Luis Hernández Betancur. | 3.1. Implementación de la estrategia didáctica de enseñanza propuesta. |
| Fase 4: Análisis y Evaluación | Evaluar el desempeño de la estrategia didáctica planteada para el grupo 11A de la Institución Educativa Francisco Luis Hernández Betancur. | 4.1. Aplicación de actividades evaluativas durante la implementación de la estrategia didáctica propuesta.<br>4.2. Construcción y aplicación de una actividad evaluativa al finalizar la implementación de la estrategia didáctica propuesta.<br>4.3. Realización del análisis de los resultados obtenidos, al implementar la estrategia didáctica, en los estudiantes sordos del grupo 11A de la Institución Educativa Francisco Luis Hernández Betancur. |

# 4. Trabajo Final: desarrollo y sistematización de la propuesta

En esta sección se presenta el desarrollo de la propuesta, para ello se sigue las tres fases de los estudios de caso; esto es, en la fase I, la exploración, se describe el contexto de donde se realiza la investigación, en la fase II, desarrollo de la propuesta, se realiza la descomposición genética de las inecuaciones lineales y se describen y se analizan las diferentes pruebas que permiten hacer un seguimiento del proceso de enseñanza – aprendizaje de las inecuaciones lineales en los estudiantes sordos y finalmente, en la fase III se presenta la discusión.

El objeto general es familiarizarse lo más que se pueda y profundizar el conocimiento del proceso en el que se presenta el problema, además de confirmar el interés o importancia de dicho proceso a fin de justificar el esfuerzo de investigación que se propone emprender. (Samaja, 2002)

## 4.1 Fase I: Exploración

En esta sección se describe el contexto del objeto de estudio: Los estudiantes sordos. Se describe el contexto histórico y el contexto actual. Nuevamente se aclara que el investigador de este proyecto es también docente de la Institución Francisco Luis Hernández Betancur y quién ejecutó la propuesta.

### 4.1.1 Contexto histórico

En esta sección se establece el contexto histórico de donde se desarrolla el estudio de caso.

Cuando se ingresa a trabajar con personas en situación de discapacidad, se espera que se tengan los conocimientos, capacidades, estrategias, etc., para interactuar con tales personas. Es lo mínimo. Sin embargo, para el autor de la investigación no aconteció así.

Luego de una convocatoria realizada por el MEN y cumplir con los requerimientos establecidos, ingresan en el 2006 a la IE Francisco Luis Hernández Betancur 10 nuevos docentes. El impacto es doble: uno por la cantidad, el otro porque aparece el docente de área.

**Los docentes de área y los intérpretes.**

Aparecen los docentes con dominio de Física o de Química, de Matemáticas y otras. Esto implica un reacomodamiento en muchos aspectos de la institución, partiendo de los planes de área, pasando por el horario pero por encima de todo, la asimilación de los estudiantes a esta nueva etapa en sus vidas.

Las docentes de primaria manejaban un básico Lenguaje de Señas, mientras que los docentes que ingresaron al bachillerato no conocían o manejaban la Lengua de Señas. Se presenta entonces la primera dificultad en bachillerato, los docentes nuevos aunque manejan el área no se podían comunicar con los estudiantes sordos y, a su vez, los estudiantes sordos no manejaban la Lengua Castellana Escrita, como para entablar una mínima comunicación con los docentes, algo fundamental en educación.

Secretaría de Educación de Medellín, consciente y conocedora de esto, nombra personas que dominan la Lengua de Señas Colombiana (LSC) y tienen buen conocimiento de la lengua castellana oral, para establecer el puente de comunicación entre personas con discapacidad auditiva, sordos (y sordociegos) usuarios de la LSC y personas oyentes. A estas personas se les denomina Intérpretes.

Los intérpretes son entonces: “Personas con amplios conocimientos de la Lengua de Señas Colombiana que puede realizar interpretación simultánea del español hablado en la Lengua de Señas y viceversa. También son intérpretes para sordos aquellas personas que realicen la interpretación simultánea del castellano hablado a otras formas de comunicación de la población sorda, distintas a la Lengua de Señas, y viceversa." (INSOR, 2015)

Con la información proporcionada por Eldy Eliana Zuluaga, amplia conocedora y docente de Lengua de Señas, el servicio de interpretación y como tal la figura de intérprete, aparece en la institución en 2004. En este año no es de manera oficial y es realizado por un único intérprete más por amor a los sordos y a su arte de intérprete.

En el año 2005 de manera oficial, Secretaría de Educación de Medellín proporciona el servicio de interpretación, enviando tres intérpretes de Lengua de Señas, para la institución

Con los intérpretes en plan de canal de comunicación aparecen preguntas pertinentes o no en cuanto a su intermediación en la comunicación. ¿Son los intérpretes expertos o conocedores del área de tal manera que la información del docente para el estudiante sea fiel, correspondiente y correcta? ¿Influyen en mínima o gran proporción los intérpretes, como canales de comunicación, en el bajo rendimiento académico de los sordos?

Siguiendo con la experiencia en la institución, con el transcurrir del tiempo y con los elementos mínimos de comunicación, se inicia el proceso de enseñanza – aprendizaje siguiendo unos planes de área, según aparece en el Proyecto Educativo Institucional PEI y acorde a la normatividad del momento. Algo motivante aquí es el deseo de los sordos por aprender.

**De la integración a la inclusión.**

Para ese entonces, las poblaciones estaban integradas. Se presenta en la institución lo de integración escolar, la que se asume como un proceso complejo e inherente a toda propuesta educativa, en tanto reconozca las diferencias, así como los valores básicos compartidos entre las personas y posibilite un espacio de participación y desarrollo. (Ley 982, 2005). Esto sencillamente significa que oyentes, sordos e invidentes estaban en la misma aula.

Con algunos años en este modelo de integración con intérprete (2005 a 2010), se llega a concluir que no es acertado. Esto llevó tiempo en debates, discusiones, propuestas, contrapropuestas, etc. No fue una conclusión a la ligera. Se opta entonces por el modelo inclusión pero con aulas solo con sordos y aulas para oyentes e invidentes, en año 2011, en los grados 10 y 11.

> *"La inclusión se ve pues como un proceso que permite tener debidamente en cuenta la diversidad de las necesidades de todos los niños, jóvenes y adultos a través de una mayor participación en el aprendizaje, las actividades culturales y comunitarias, así como reducir la exclusión de la esfera de la enseñanza y dentro de ésta, y en último término acabar con ella. Entraña cambios y modificaciones de contenidos, enfoques, estructuras y estrategias basados en una visión común que abarca a todos los niños en edad escolar y la convicción de que corresponde al sistema educativo ordinario educar a todos los niños y niñas."* (UNESCO, 2009)

> *El enfoque de inclusión educativa abre la posibilidad de ofrecer una educación de calidad para todos, permitiendo dar respuesta a todos los alumnos, con independencia de sus necesidades y demandas. La inclusión no es simplemente una modificación o ajuste de una serie de elementos presentes en proceso educativo (objetivos, materiales, actividades, etc.), sino que supone un cambio profundo de la estructura, funcionamiento y modelo pedagógico, con la finalidad de dar respuesta a todos y cada uno de los estudiantes, incluidos aquellos que presentan una discapacidad, pero no solamente a ellos.* ((CCAE), 2015)

A partir de este momento se hacen más evidentes las diferencias académicas entre los tipos de poblaciones. No en el sentido de notas o cuantitativamente. Es en términos de calidad. Los ritmos son diferentes y confirman los resultados de investigaciones en diversos ámbitos y países, las que afirman que hay un desfase entre el oyente y el estudiante sordo, en cuanto a conocimientos entre dos y seis años. (Hitch, Arnold y Phillips, 1983; Leybaert y Van Cutsem, 2002; Nunes y Moreno, 1998a; Swanwick, Oddy y Roper, 2005; Wollman, 1964), referido en (Bedoya, Guerrero, & Gallo, 2013).

Desde la psicología cognitiva, muchos de los estudios desarrollados con los sordos, se han dirigido a evaluar su nivel de desempeño y a constatar el desfase presente entre sus resultados y los alcanzados por sus pares oyentes, evidenciándose un retraso de aproximadamente 2 años, que afecta diferentes habilidades o conceptos matemáticos (Frostad, 1999; Kritzer, 2009; Nunes et al., 2008; Nunes & Moreno, 1998a; Pagliaro y Kritzer, 2013; Wollman, 1965; Wood, Wood & Howarth, 1983), mencionado en (Bedoya, 2014).

Adicionalmente, una variedad de evidencia sugiere que los estudiantes con pérdidas auditivas significativas siguen a la zaga de sus pares oyentes en una variedad de ámbitos académicos (por ejemplo, Karchmer y Mitchell, 2003; Kidd, Madsen, y Lamb, 1993; Stinson y Kluwin, 2003; Traxler, 2000). Mencionados en (Marschark, y otros, 2006)

En la investigación de (Marschark, y otros, 2006), toman como válida la información de Schley (2005), en lo que respecta a la magnitud del retraso pues, sugiere que en estudios anteriores los retrasos observados pueden ser exagerados por los criterios de selección, aunque persisten diferencias significativas sordos – oyentes.

Por otro lado, también se acrecientan las diferencias conceptuales en el sentido del desconocimiento de la Cultura Sorda, pues para unos ese desconocimiento implica enseñarles como oyentes y obviamente su rendimiento cae; para otros termina en la concepción “pesar” de una compasión insana y por tanto, no hay que exigirles.

Aparece un nuevo interrogante respecto al bajo rendimiento académico de los sordos: ¿Tiene algo que ver el desconocimiento de la cultura sorda en el bajo rendimiento académico?

> *No todas las personas sordas son iguales: etnias, vivencias personales, tipo de sordera, edad, sexo, orientación sexual, etc. configuran la diversidad de la Comunidad Sorda y la propia identidad personal, pero al mismo tiempo comparten un denominador común: los aspectos visuales configuran, en mayor o menor medida, su contacto con el medio, y encuentran barreras de comunicación en su vida cotidiana.*

> *De esta manera, la Comunidad Sorda está integrada por individuos de diferente condición personal y social, por lo que se trata de una comunidad muy heterogénea. Sin embargo, además de los aspectos visuales y de las barreras de comunicación, existen –entre otras– las siguientes características que definen a esta comunidad:*
>
> *La LSC como elemento de cohesión y adaptación creativa.*
> *La Comunidad Sorda conforma una minoría lingüística y sociocultural y la LSC es el elemento de cohesión en este grupo.*
> *La LSC como resultado de la interacción entre biología y cultura en el ser humano representa una adaptación histórica y creativa a una limitación sensorial transformando los recursos existentes en potencial para la comunicación, desarrollando estrategias alternativas a través de una modalidad visual de comunicación.* (FENASCOL, 2015)

> *Teniendo en cuenta la importancia del componente visual, por encima del auditivo, en la percepción de las personas sordas, la abstracción del mundo y el imaginario desarrollado por éstas se basa principalmente en la interpretación de lo que ven y en cómo representan e interactúan con el mundo, principalmente mediante el uso de la lengua de señas. Esta particularidad se manifiesta por obvias razones en toda una serie de diferencias con la población oyente, que no presuponen una misma visión de mundo. Se presenta de esta manera un conflicto habitual para la persona sorda en el desarrollo de su identidad, ya que los oyentes tienden a no comprender y respetar esta diferencia y se les suele exigir que presenten resultados relacionados con el conocimiento y el comportamiento en base al modelo lingüístico oyente*. (González Vicente, 2011)

Al parecer no hay relación directa o una implicación del bajo rendimiento con el desconocimiento de la cultura sorda.

Y ahora, ¿qué pasa con el bajo rendimiento en matemáticas por parte del estudiante sordo? Es otro de los interrogantes que se presentan en esta experiencia educativa.

**Los docentes de área y los grupos de sordos.**

Con el proceso entonces de ingresar docentes de área hay un cambio en el proceso enseñanza aprendizaje con los sordos, máxime cuando se decide conformar grupos solo de sordos.

La concepción para el docente que se traía hasta ese momento era: "si maneja lengua de señas, dicte clase de matemáticas". Así entonces, lo importante era el conocimiento de la lengua de señas antes que el conocimiento matemático. El docente presentaba lo que conocía y lo que le gustaba de matemáticas.

Para tratar de entender el bajo rendimiento en matemáticas se indaga a docentes con experiencia, a algunas personas de universidades (Coordinadores de prácticas por ejemplo). Recogiendo sus opiniones, se encuentran entre otros tres ejes: el conocimiento del estudiante sordo, el cual tratamos en párrafos anteriores; la lengua de señas y la forma como aprenden los estudiantes sordos, coincidiendo con el enfoque dado por el INSOR (Márquez Ramírez, 2011).

En el caso específico, la propuesta es con personas sordas y, desde esa perspectiva para brindar una educación con calidad a ellos, el docente para sordos debe ser "altamente" competente y bilingüe: *contar con una elevada competencia bilingüe para interactuar con los estudiantes en diferentes niveles de profundidad, crear ambientes y espacios significativos, acordes con las características e intereses de los educandos. Creadores de situaciones didácticas para guiar y jalonar la formación integral, bilingüe y bicultural de los educandos. Conocedores de la comunidad sorda, de sus formas de convivencia y relación, las cuales promueven dentro y fuera de la dinámica escolar*. (INSOR, 2006)

Ante esta situación, el docente experto en una temática o área, pero que no cumple con todos los requisitos anteriores, ¿se convierte en un obstáculo para el aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes sordos? ¿Este entonces es el problema o una parte del problema para el bajo rendimiento del estudiante sordo en matemáticas?

Hay otros interrogantes que pueden plantearse pero que se saldrían de los propósitos de esta investigación. Para algunos conocedores del tema, el tener grupos de estudiantes sordos es una forma de exclusión pues, se estaría legitimando el carácter de discapacitados y que deben ser aislados, contrariamente a todo lo que ha logrado la comunidad sorda. Y desde esta mirada, ¿el estar en esas condiciones implica un bajo rendimiento escolar?

Queda además el interrogante para la Lengua de Señas. Las matemáticas tienen su lenguaje. Conceptos, figuras, personajes de las matemáticas pueden tener la respectiva seña. Pero existen palabras que se manejan en las diferentes lenguas. Primo es un ejemplo. Primo, como familia en castellano e incluso en Lengua de Señas es relativamente sencillo, pasar primo a matemáticas en el sentido de número primo puede conducir a complicaciones para el sordo.

Seno, otra palabra de grandes dificultades no en biología pero si en trigonometría. Hay seña para el concepto razón trigonométrica seno. Esa seña deja de tener sentido cuando entra a resolver problemas, dado que aparece la abreviatura "sen" y allí no se requiere la seña… Es más fácil signar.

Entonces, ¿las pocas señas matemáticas específicas son otro obstáculo para el aprendizaje de los estudiantes sordos en esa área? ¿Esto se extiende a otras áreas?

### 4.1.2 Contexto actual de los estudiantes sordos en la Institución Educativa Francisco Luis Hernández Betancur.

Si bien existen consideraciones aceptadas en cuanto al concepto de persona sorda, la verdad es que definirla es complicado. Son múltiples los criterios que pueden tenerse en cuenta para definir o clasificar la sordera: ya sea desde el origen (etiología), ya desde la parte afectada o localización de la lesión.

Puede valorarse a partir del nivel auditivo o umbral de audición, o puede tenerse como referente el "momento" de pérdida de la audición: si nace sorda, si la pérdida es antes de adquirir el lenguaje (sordera prelocutiva) o luego de adquirirlo (sordera postlocutiva). También, para conceptualizar la sordera, no se puede desconocer la preferencia de la persona sorda para comunicarse, esto es si utiliza la lengua de señas (signos) o la lengua oral.

Es claro entonces que es complejo el concepto de sordera. En la Institución se tienen diferentes referentes para describir la persona sorda:

Sordo: Es todo aquel que no posee la audición suficiente y que en algunos casos no puede sostener una comunicación y socialización natural y fluida en lengua oral alguna, independientemente de cualquier evaluación audiométrica que se le pueda practicar. (INSOR, 2015). Este concepto es adoptado en la Ley 982 de 2005.

Sordo: Es aquella persona que presenta una pérdida auditiva mayor de noventa Decibeles (90) que le impide adquirir y utilizar el lenguaje oral en forma adecuada. (Ley 324, 1966)

La palabra Sordo o persona Sorda define a aquella persona usuaria de lengua de señas y que se identifica como miembro de una minoría lingüística. (FENASCOL, 2015)

En la Institución Educativa Francisco Luis Hernández se trabaja con el enfoque socio-antropológico de la sordera, la cual considera a los sordos como una comunidad, con su propia lengua y por tanto, la educación es de carácter bilingüe.

Esta concepción de la sordera tiene como sustento:

- *Se basa en las capacidades y no en el déficit.*
- *Concibe la Lengua de Señas como la lengua primera o lengua nativa para los niños sordos, que les asegura el desarrollo de la capacidad humana del lenguaje, la comunicación y el desarrollo intelectual.*
- *Concibe a la persona sorda, como integrante de una comunidad lingüística que es minoritaria y que comparte valores culturales, hábitos y modos de socialización propios.*
- *Reconoce que la lengua de señas es el factor aglutinante de los sordos y que la comunidad sorda se origina en una actitud diferente frente al déficit, ya que no toma en cuenta el nivel de pérdida auditiva de sus miembros.* (Ramírez & Castañeda, 2003)

Lamentablemente, alrededor de esta visión se generan una serie de mitos, sobresaliendo la poca importancia que se le da al bilingüismo, pues muchos estudiantes sordos consideran que con su propia lengua es suficiente, lo cual dificulta de cierta manera el libre a acceso a la información en lengua escrita.

> *Allí se encuentran aquellas personas sordas con una identidad sorda fuerte, afirmando que pertenecen a la comunidad de personas sordas y usan como medio de comunicación solo o de manera preferente, la lengua de señas, su lengua natural. No permiten ser tratados como discapacitados por la limitación auditiva. Son personas con iniciativa para emprender acciones en defensa de la comunidad sorda.* (López-González & Llorent García, 2013)

### 4.1.3 Discusión

El sordo bilingüe -en dos lenguas orales- no debe considerarse como una quimera: existe y debe proponerse como un modelo razonablemente posible. Como señala P. Jamart (Bilingüismo y sordera, 1994), en referencia a la enseñanza de lenguas a los deficientes auditivos severos y profundos, "*hay que creer en el alumno sordo, estimarle en su justa medida, no dudar de su curiosidad intelectual...Así pues, salvo excepciones, no está justificado que el tiempo que la generalidad de los niños dedican al aprendizaje de segundas o terceras lenguas, los sordos lo dediquen a otras actividades. Insistimos en que no debe negárseles ninguna oportunidad y que también deben beneficiarse de la enseñanza de idiomas en la medida de sus posibilidades*.

El permitir solo la lengua de señas es una situación que trae a su vez como consecuencia un mayor aislamiento, he incluso, la mayoría de los estudiantes sordos del grado 11 no tienen mayores aspiraciones una vez finalicen su bachillerato. De los 23 estudiantes del grado 11, tan sólo cinco querían ingresar a la educación superior.

Por otra parte, la sordera concebida como una experiencia visual, hace referencia a las formas particulares de procesamiento de la información que tienen los sordos al percibir el mundo prioritariamente desde el canal visual, lo que incluye todo tipo de significaciones, representaciones y/o producciones en el campo intelectual, lingüístico, ético, estético, artístico, cognoscitivo, etc. (INSOR, 2006)

Esta concepción del INSOR supone que la información que se ofrece sobre el mundo y la presentación de los conocimientos académicos sociales y culturales privilegia el procesamiento visual de la información, pues es a través de este canal que el educando construye significados.

Esto no significa que el sordo aprende visualmente o que sean pensadores visuales como se pretende mostrar. Es diferente que al presentar una explicación o elaborar un proceso, sea necesario pensar en qué elementos visuales dan mayor información al educando sordo y cómo se relacionan estos elementos entre sí para configurar visual y cognitivamente la idea central del conocimiento por tratar. (INSOR, 2006)

Para el caso particular de las matemáticas, diversas investigaciones realizadas a estudiantes de bachillerato y de universidad, tanto a sordos como a oyentes, mostraron que los estudiantes oyentes se desempeñaron mejor que los estudiantes sordos en resolución de problemas, bajo apariencia visual de los problemas. (Blatto-Vallee, Kelly, Gaustad, Porte, & Fonzi, 2007)

En relación con el aprendizaje visual, en particular, la investigación (Marschark M. M., 2013) indica que hay por lo menos dos estilos de aprendizaje visual, lo que sugiere que la aplicación de una etiqueta para el estudiante sordo puede no ser muy útil. No se obtienen evidencias, en tal investigación, para asumir que la dimensión visual-verbal sea relevante para aplicaciones educativas (p. 105). Sin embargo, persiste la creencia en los centros educativos y con respecto a los estudiantes sordos, en particular.

> *El hallazgo de que la disponibilidad de señales puede afectar la memoria en los estudiantes sordos, tiene dos implicaciones importantes. La primera se refiere al hecho de que la noción de estudiantes sordos que son aprendices visuales, a veces se equipara con su dependencia de la lengua de señas en lugar de la lengua hablada. Aprender a través de la lengua de señas, sin embargo, es una habilidad verbal, como es la lectura, aunque depende de la visión en lugar de la voz. La preferencia de las señas sobre el habla como lengua de instrucción, por lo tanto, no es suficiente para hacer a alguien un estudiante visual.* (Marschark, 2013)

> *Finalmente, en la Institución y de acuerdo con la ley 366 y otras normas, todo el sistema educativo de los estudiantes sordos está basado en el uso de intérpretes y modelos lingüísticos, como la forma de acceder al conocimiento que tiene o*

> *presenta el profesor. Sin embargo, en investigaciones realizadas* (Marschark, 2013) *se ha evidenciado que es mucho mejor el aprendizaje de los estudiantes sordos, cuando estos leen directamente de los libros, lo cual obliga por tanto, a que los estudiantes sordos sean bilingües.*

Todos estos mitos han ocasionado que la comunidad de estudiantes sordos se cierre más, tenga siempre un acceso filtrado al conocimiento primario (libros, internet,…), siendo imprescindible los intérpretes para su funcionamiento en el mundo oyente.

**Sobre la lengua de señas**

Para tratar este apartado se hace necesario definir el concepto en cuestión: lengua de señas.

Según la Ley 982 de 2005 y para el Instituto Nacional para Sordos (INSOR, 2015), la Lengua de Señas

> *Es la lengua natural de una comunidad de sordos, la cual forma parte de su patrimonio cultural y es tan rica y compleja en gramática y vocabulario como cualquier lengua oral. La Lengua de Señas se caracteriza por ser visual, gestual y espacial. Como cualquiera otra lengua tiene su propio vocabulario, expresiones idiomáticas, gramáticas, sintaxis diferentes del español.*
>
> *Los elementos de esta lengua (las señas individuales) son la configuración, la posición y la orientación de las manos en relación con el cuerpo y con el individuo, la lengua también utiliza el espacio, dirección y velocidad de movimientos, así como la expresión facial para ayudar a transmitir el significado del mensaje, esta es una lengua visogestual. Como cualquier otra lengua, puede ser utilizada por oyentes como una lengua adicional.*

La Federación Nacional de Sordos de Colombia (FENASCOL, 2015), presenta su definición o concepto de la Lengua de Señas:

> *Por lengua de señas entendemos aquella que "se expresa en forma viso-manual-gestual. Ésta, como cualquier otra lengua tiene expresiones idiomáticas, gramática y sintaxis diferentes del español. Los elementos de esta lengua (las lengua de señas individuales) son la configuración, la posición y orientación de las manos en relación con el cuerpo del individuo; la lengua de señas también utiliza el espacio, la dirección y velocidad de movimientos, así como la expresión facial para ayudar a transmitir el significado del mensaje, esta es la lengua que tiene expresión manual-gestual y percepción visual"*

En la Institución Educativa Francisco Luis Hernández Betancur, atendiendo a su propósito bilingüe y como parte del servicio educativo para los estudiantes sordos, se les brinda la asignatura Lengua de Señas Colombiana (LSC) como lengua materna (lengua natural, primera lengua), y castellano escrito como segunda lengua.

Para el área de matemáticas (aritmética, álgebra, geometría, estadística, trigonometría, cálculo, etc.), las señas requeridas en algunos conceptos, o en la descripción de una figura, o para un símbolo propio de la matemática, pueden no existir o pueden tener un equivalente de otra área.

Así por ejemplo, la palabra frecuencia. Frecuencia tiene un significado importante en física pero allí tiene el inconveniente de cuál frecuencia: angular, de onda, de corriente, etc. Tiene una relevancia importante en estadística descriptiva: frecuencia absoluta o relativa o acumulada. Todo esto concatenado con el concepto general de frecuencia como repetición.

Es muy probable que exista la seña de frecuencia pero para el contexto debe crearse una nueva seña, esto es una especial o única para frecuencia absoluta, por ejemplo. También partiendo de la seña existente de frecuencia se le adiciona otra seña, un gesto, o un movimiento facial para describir la frecuencia absoluta.

Puede darse el caso de crearse la seña para el concepto requerido, en el ejemplo, se hace necesario crear la seña para frecuencia absoluta. En este sentido, es general en los países americanos, el que se tengan pocas señas de conceptos matemáticos, términos, de procedimientos y de símbolos, de modo que los profesores deben crear las respectivas señas para enseñar matemáticas a los estudiantes sordos. (Movilio-Chacón, 2005)

En la institución, para presentar o definir ejemplo función lineal e inecuación lineal, se obliga a generar estos símbolos. Usualmente, las señas de estos conceptos se realizan como la suma de señas; es decir, la de función y la de lineal, lo cual muchas veces confunde más al estudiante sordo.

En otras ocasiones se crea una seña, para ello el profesor le explica al intérprete el concepto, una vez el intérprete lo comprende lo presenta al grupo de estudiantes sordos y entre ellos concertan la seña (nueva). La información regresa al profesor quien puede aprobarla o buscar mejorarle, o simplemente decir que no es apropiada. El ciclo de nuevo hasta que se apruebe. Es un procedimiento informal y a nivel de aula.

El proceso formal sugiere que luego de concertarse en el aula por estudiantes, la nueva seña es pasada al grupo de modelos lingüísticos. Ellos miran la pertinencia de la nueva seña y la evalúan desde diversos ángulos: conceptual, si hay movimientos apropiados de manos, si requiere énfasis de gestos en cara, etc.

Si bien entre los modelos lingüísticos, los docentes del área e intérpretes puede existir una aprobación para la nueva seña, hay que enviarla a Bogotá para su estudio, análisis, pertinencia y finalmente su convalidación o no. Procedimiento formal. Es un trámite largo y esta puede ser una de las razones para que, entre las diferentes regiones de Colombia, difieran las señas.

FENASCOL o una de sus asociaciones afiliadas, para el caso local la Asociación Antioqueña de Personas Sordas (ASANSO), brinda cursos de LSC y certifica cada nivel cursado. En el sentido de educación funciona como centro de educación informal. Así, la persona que aprueba los diferentes niveles, más otra serie de requisitos, puede ser Intérprete de Lengua de Señas Colombiana. No hay cursos o niveles para áreas de conocimiento en específico.

En la experiencia realizada con los estudiantes sordos, el trabajar inecuaciones lineales mediadas con TIC, se tenían dos intérpretes. Uno tenía fortalezas en matemáticas y el otro en informática. De esta manera, cuando se desconocía una seña de matemáticas que se requerían en el trabajo de informática (geogebra), o contrariamente, simplemente se "signaba". Presentar la palabra en sus letras componentes, signar, es otro recurso válido aunque pude confundir al estudiante.

Finalmente, es interesante en aras de la discusión, presentar una opinión de Alex Barreto (Barreto Muñoz, 2014), respecto el peso de los intérpretes en la enseñanza.

> *Las incidencias de la interpretación de lengua de señas en la educación para sordos giran en torno a una idea principal: se asume que la interpretación es el dispositivo idóneo de inclusión, cuando en realidad la mediación del intérprete, podría abrir más las brechas entre sordos y oyentes o distorsionarlas de maneras no imaginadas. Los oyentes pudieran asumir que el intérprete es el agente con que se comunican. Si no está el intérprete, no es posible comunicarse o no es posible acercarse a los sordos, de modo que la experiencia intercultural se pierde, o deviene en multiculturalismo (Sartori, 1970). Esto puede ser particularmente cierto, cuando se capacitan intérpretes de lengua de señas para que sean 'neutrales' e invisibles en el proceso educativo, como generalmente suele hacerse (Barreto, Nataliya Dmytruk: La Intérprete se rebeló, 2011).*
>
> *Las teorías traductológicas han debatido sobre el confuso e inestable concepto de equivalencia en la traducción (Moya, 2004) (Eco, 2008) por lo que decir si la traducción de un intérprete refleja la cultura o acerca a las personas entre lenguas y culturas es un tema bastante polémico. Un asunto que también tiene que ver con los intérpretes de lengua de señas (Barreto & Bustos, Teorías de la Traducción/Interpretación en plastilina, 2012). El problema de fondo, a esta cuestión, es que no se le reconoce estatus étnico a los sordos. Así pues ellos no podrían tener en principio una Educación Intercultural Bilingüe como la tienen los grupos étnicos, así pues, las soluciones se plantean en marcos más generales como el de la educación inclusiva. La educación inclusiva es una apuesta política, que hasta el momento, no ha tenido en cuenta, los complejos roles que han ejercido los intérpretes de lengua de señas a través de la historia.*

## 4.2 Desarrollo de la propuesta.

Según los hallazgos y orientaciones que se obtienen con la investigación de diversas fuentes, se pretende utilizar nuevas estrategias de enseñanza para los estudiantes sordos del grado 11, de la Institución Educativa Francisco Luis Hernández Betancur (IEFLHB), partiendo de los procesos mentales que realizan para aprender conceptos matemáticos, ayudados por un software de geometría dinámica, para finalizar confrontando, verificando o reafirmando la teoría al respecto.

### 4.2.1 Teoría APOE aplicada a las inecuaciones. Primera instancia.

Tomando como referente el plan de área (Anexo A), se desarrolló una descomposición genética hipotética, como aparece en la figura 4.1. Esta se realiza de acuerdo con la teoría APOE y de manera que se llegara a las inecuaciones con acciones, procesos y objetos definidos en relación a varios conceptos matemáticos para, finalmente, obtener como resultado el esquema de inecuaciones lineales.

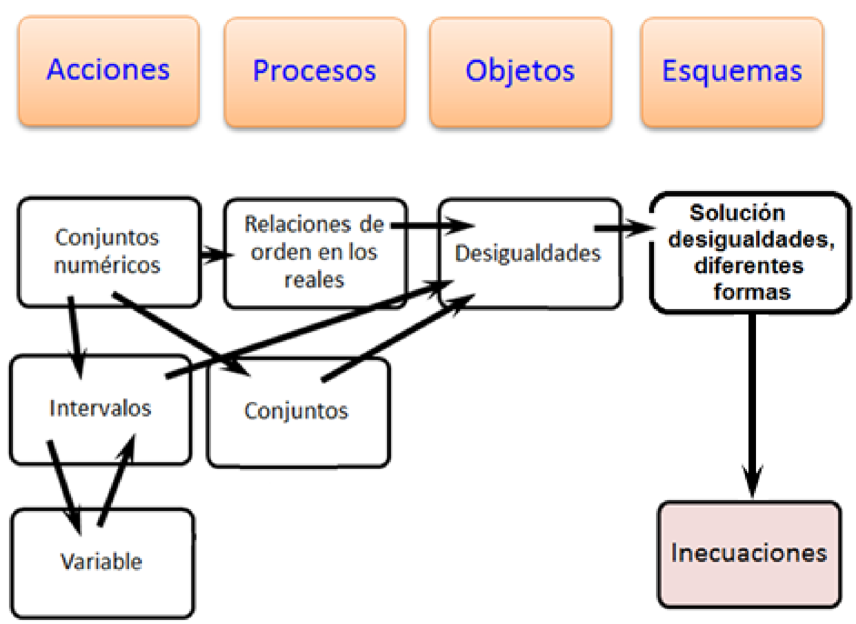



***Figura 4.1***. Descomposición genética hipotética (inicial)

### 4.2.2 Descripción y análisis de la prueba diagnóstica.

Una prueba diagnóstica reúne técnicas y procedimientos que se aplican antes del desarrollo del proceso de enseñanza, por medio de ella se puede lograr determinar, describir, explicar y valorar aquellos aspectos de la preparación inicial del estudiante, para asumir, enfrentar y alcanzar los objetivos propuestos

Es ideal conocer con detalles al estudiante, el centro del proceso enseñanza aprendizaje, con el fin de realizar las adecuaciones curriculares necesarias (métodos, técnicas, motivación), recomponer el diseño pedagógico (objetivos, actividades), considerar los niveles de exigencia, entre otros aspectos y, por supuesto, teniendo en cuenta la individualidad y necesidad de cada estudiante.

Esta investigación parte de realización de la prueba diagnóstica el día 30 de enero de 2015 (Anexo B). Se aplicó a 20 estudiantes sordos de Undécimo Grado con la que se pretendía conocer las habilidades, aptitudes y destrezas que poseen lo estudiantes con respecto a la operatividad con números enteros.

También se buscaba determinar el nivel de conocimiento respecto al tema a desarrollar. Esto es, en resolución de ecuaciones lineales, en propiedades de orden en los números Reales, en intervalos y con los signos y lenguaje matemático de las desigualdades.

Una de las pruebas realizadas aparece a continuación (Figura 4.2). Luego, se presentan los resultados generales de la prueba (Tabla 4.1).

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
*"Francisco Luis Hernández Betancur"*

| MATEMÁTICAS | DESIGUALDADES E INECUACIONES | |
|---|---|---|
| Diagnóstico | GRADO UNDÉCIMO | Página 1 de 2 |

Nombre: Andrés Estiven Sanchez Rúa Grado: 11°A

Resuelve para x:

1) $x - 9 = 23$

2) $8x - 30 = 6x$

3) $7x + 10 = 4x - 17$

$x-9=3$
$x=3-9$
$x=6$

$8x-30=6x$
$-\cancel{30}-30=6x8$
$48$

$7x+10=4x-17$
$\underbrace{+10-17}_{27}=\underbrace{4x7}_{28}$

Ordena de mayor a menor:

−7, 24, 12, 1/3, 0, − 4/7, 8, −3.

Realiza las siguientes operaciones:

24 + 31 = 55

54 − 87 = 33

(−24) x (−7) = 168

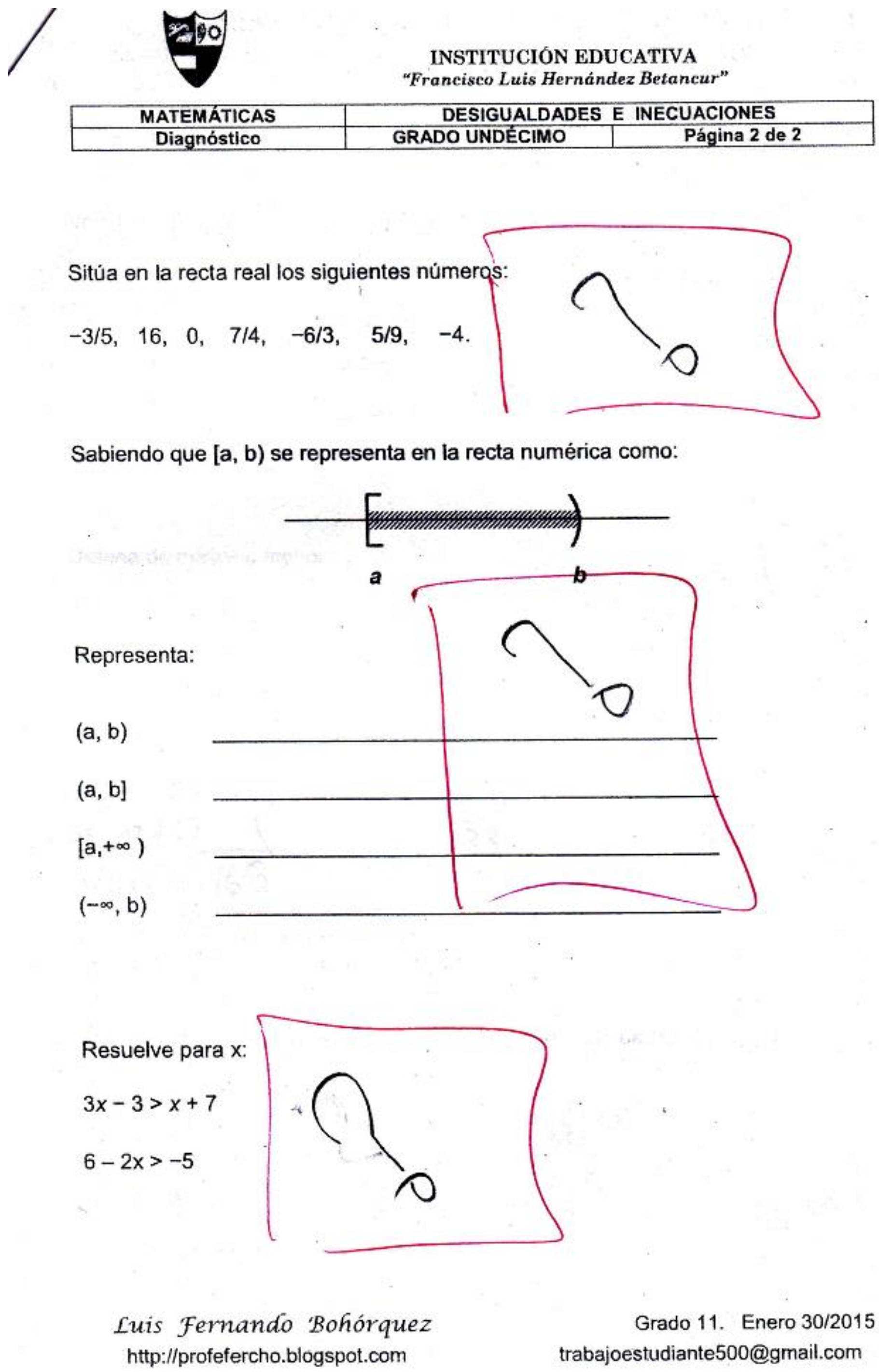
$8(x^2 - 1) - 5(x + 3) - x^3(3 + 2x) =$
$8(4-1)-5(1+3)-1(3+4$
Sa 8·3

54
87 −
33

Compara los siguientes pares de números, pon en el cuadro el símbolo (<, > ó =) correspondiente:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 $\boxed{8}$ 11 | 3 $\boxed{6}$ −7 | 1/5 $\boxed{65}$ 1/3 | −6 $\boxed{12}$ −19 |
| $3^2$ $\boxed{9}$ 9 | $(-1)^3$ $\boxed{-1}$ −1 | −43 $\boxed{44}$ −16 | 0,38 $\boxed{0,3}$ 0,35 |

*Luis Fernando Bohórquez* Grado 11. Enero 30/2015
http://profefercho.blogspot.com trabajoestudiante500@gmail.com



INSTITUCIÓN EDUCATIVA
*"Francisco Luis Hernández Betancur"*

| | | |
|---|---|---|
| **MATEMÁTICAS** | **DESIGUALDADES E INECUACIONES** | |
| **Diagnóstico** | **GRADO UNDÉCIMO** | **Página 2 de 2** |

Sitúa en la recta real los siguientes números:

$-3/5$, $16$, $0$, $7/4$, $-6/3$, $5/9$, $-4$.

Sabiendo que $[a, b)$ se representa en la recta numérica como:



Representa:

$(a, b)$ ____________

$(a, b]$ ____________

$[a, +\infty)$ ____________

$(-\infty, b)$ ____________

Resuelve para x:

$3x - 3 > x + 7$

$6 - 2x > -5$

*Luis Fernando Bohórquez* — Grado 11. Enero 30/2015
http://profefercho.blogspot.com — trabajoestudiante500@gmail.com

***Figura 4.2*** Prueba diagnóstica realizada por un estudiante sordo.

**Tabla 4.1**

Resultado cuantitativo de la prueba diagnóstica.

| Resuelve para x: | | Correctas |
|---|---|---|
| $x - 9 = 23$ | | 4 |
| $8x - 30 = 6x$ | | 0 |
| $7x + 10 = 4x - 17$ | | 0 |
| Ordena de mayor a menor: $-7, 24, 12, 1/3, 0, -4/7, 8, -3$. | | 0 |
| Realiza las siguientes operaciones: | | |
| $24 + 31 =$ | | 17 |
| $54 - 87 =$ | | 10 |
| $(-24) \times (-7) =$ | | 12 |
| $8(x^2 - 1) - 5(x + 3) - x^3(3 + 2x) =$ | | 0 |
| Compara los siguientes pares de números, pon en el cuadro el símbolo (<, > ó =) correspondiente: | | |
| 2 | 11 | 15 |
| 3 | $-7$ | 4 |
| 1/5 | 1/3 | 2 |
| $-6$ | $-19$ | 2 |
| $3^2$ | 9 | 8 |
| $(-1)^3$ | $-1$ | 9 |
| $-43$ | $-16$ | 1 |
| 0,38 | 0,35 | 12 |

| | |
|---|---|
| Sitúa en la recta real los siguientes números: | |
| −3/5, 16, 0, 7/4, −6/3, 5/9, −4. | 0 |
| Sabiendo que [a, b) se representa en la recta numérica como: | |
|  | |
| Representa: | |
| (a, b) | 0 |
| (a, b] | 0 |
| [a,+∞ ) | 0 |
| (−∞, b) | 0 |
| Resuelve para x: | |
| $3x - 3 > x + 7$ | 0 |
| $6 - 2x > -5$ | 0 |

Se observa en los estudiantes un buen desempeño cuando se trabaja con los números Naturales. Cuando se pone en escena otros conjuntos numéricos, los Enteros o los Racionales por ejemplo, la trama se complica bastante. Ubicar racionales en la recta numérica es “casi” que descartado y se requiere de mucho tiempo para que se entienda, aunque sea de manera mecánica, el que estar a la izquierda significa ser menor, *más pequeño* que aquel número que está a la derecha.

En el ejercicio de comparación, se observa la dificultad que tiene el estudiante sordo con el texto, con la lengua escrita. La interpretación en algunos estudiantes es muy diferente a la planteada en el texto y terminan realizando algo completamente diferente a lo solicitado.

En ese mismo ejercicio de comparación, también se nota que el estudiante no presta importancia al signo que tiene el número y simplemente asume como si todos los números fueran positivos, así entonces, el número de mayor valor absoluto será para ellos, el mayor.

En los otros apartes de la prueba, en donde se presentaron ejercicios para despejar incógnitas (ecuaciones lineales), preguntas respecto a intervalos y desigualdades, ninguno de los estudiantes alcanzó el éxito; incluso, la mayoría, dejo esos puntos en blanco (sin respuesta). Ver Anexo C.

Estas dificultades observadas hacen cambiar la planeación, lo que es acorde con la teoría APOE e implica revisar y trabajar con los diferentes conjuntos de números. Hablando de conjuntos, para realizar acciones con intervalos y desigualdades, se requieren operaciones básicas con conjuntos tales como unión, intersección, diferencia y diferencia simétrica. Estas operaciones básicas para algunos estudiantes, por no decir para todos ellos, son tratadas por primera vez.

En cuanto a procesos mentales, de acuerdo con la teoría APOE, los estudiantes no alcanzan la acción, puede afirmarse que sus estructuras mentales están en una etapa “preacción”

### 4.2.3 Descripción y análisis de la prueba de verificación 1 (seguimiento).

Luego de analizar los resultados de la prueba diagnóstica, el objetivo inicial es el trabajar con los diferentes conjuntos de números y desarrollar habilidades con las operaciones y con las relaciones de orden en el conjunto de los números Reales. Se incluye también, el encontrar el valor de una incógnita (ecuaciones lineales).

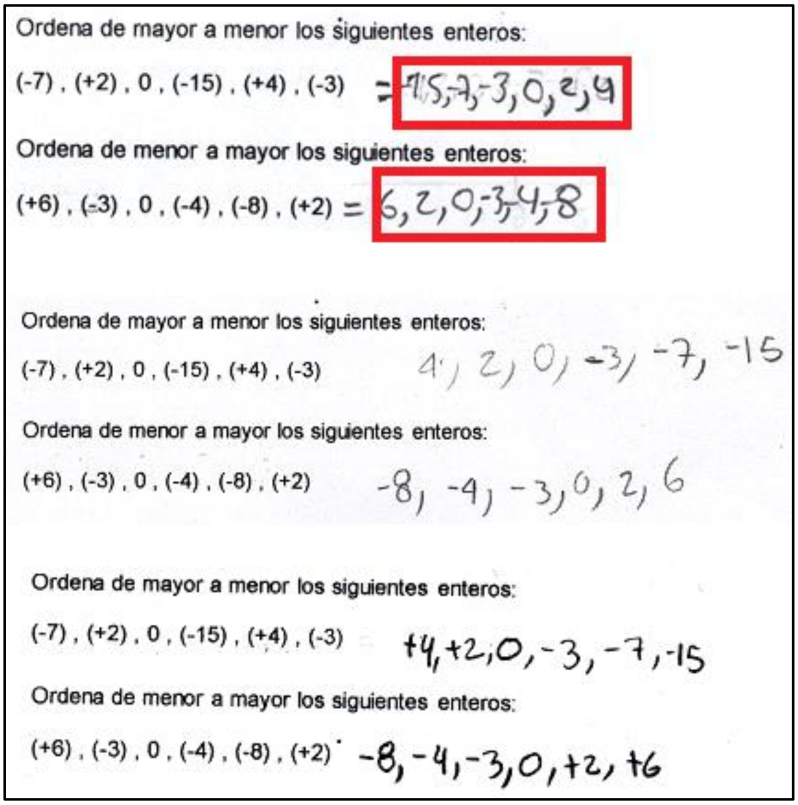
El 17 de febrero de 2015, se realiza una prueba (examen escrito) para verificar la consecución de lo descrito en el párrafo anterior. La prueba se puede ver en el anexo D. Los resultados cuantitativos pueden verse en la Tabla 4.2. Pruebas de verificación 1 pueden verse con detalles en el anexo E.

***Tabla 4.2***

Resultados prueba verificación 1.

| **21 pruebas verificación 1 presentadas** | **Respuestas correctas** |
|---|---|
| Ordena de mayor a menor los siguientes enteros:<br>(−7) , (+2) , 0 , (−15) , (+4) , (−3) | 7 |
| Ordena de menor a mayor los siguientes enteros:<br>(+6) , (−3) , 0 , (−4) , (−8) , (+2) | 7 |
| Realiza las siguientes operaciones: | |
| 4 + 8 = | 20 |
| 6 + (−15) = | 10 |
| (−8) + (+17) = | 4 |
| (−9) + (−32) = | 3 |
| (−6) − (−8) = | 5 |
| (−8) x (−4) = | 14 |
| (+6) x (−3) = | 10 |
| (−12) x (+7) = | 7 |
| (−8) : (−2) = | 13 |
| (+8) + (−15) = | 10 |
| Calcula el valor de x en las siguientes igualdades: | |
| x + 36 = 48 | 3 |
| 13 + x = 7 | 5 |
| 17 + x = −54 | 3 |

A continuación, en la Figura 4.3 se ilustran algunos de los procedimientos y respuestas dados por los estudiantes en la prueba:


Ordena de mayor a menor los siguientes enteros:

(-7) , (+2) , 0 , (-15) , (+4) , (-3) = -15, -7, -3, 0, 2, 4

Ordena de menor a mayor los siguientes enteros:

(+6) , (-3) , 0 , (-4) , (-8) , (+2) = 6, 2, 0, -3, -4, -8

Ordena de mayor a menor los siguientes enteros:

(-7) , (+2) , 0 , (-15) , (+4) , (-3) 4, 2, 0, -3, -7, -15

Ordena de menor a mayor los siguientes enteros:

(+6) , (-3) , 0 , (-4) , (-8) , (+2) -8, -4, -3, 0, 2, 6

Ordena de mayor a menor los siguientes enteros:

(-7) , (+2) , 0 , (-15) , (+4) , (-3) +4, +2, 0, -3, -7, -15

Ordena de menor a mayor los siguientes enteros:

(+6) , (-3) , 0 , (-4) , (-8) , (+2) -8, -4, -3, 0, +2, +6

***Figura 4-3***. Respuestas de estudiantes en prueba verificación 1. Ordenar.

La relación de orden en los números Reales, en esta prueba de verificación 1, se clarifica luego de un trabajo entre docente y estudiantes. En la prueba diagnóstico ninguno de los estudiantes respondió acertadamente el ejercicio de ordenar, incluso la mayoría no respondió. Ya en este aspecto puede hablarse de un *proceso*, según la teoría APOE, como estructura mental que adquieren los estudiantes, pues ubican bien números enteros en la recta y pueden decir cuál es mayor o cuál es menor.

Sin embargo, en varios estudiantes, aunque ordenan los números, no lo realizan según la instrucción dada. Al parecer la dificultad radica en el lenguaje, ya sea porque entienden mal la interpretación, ya sea porque tienen confusión con las señas.

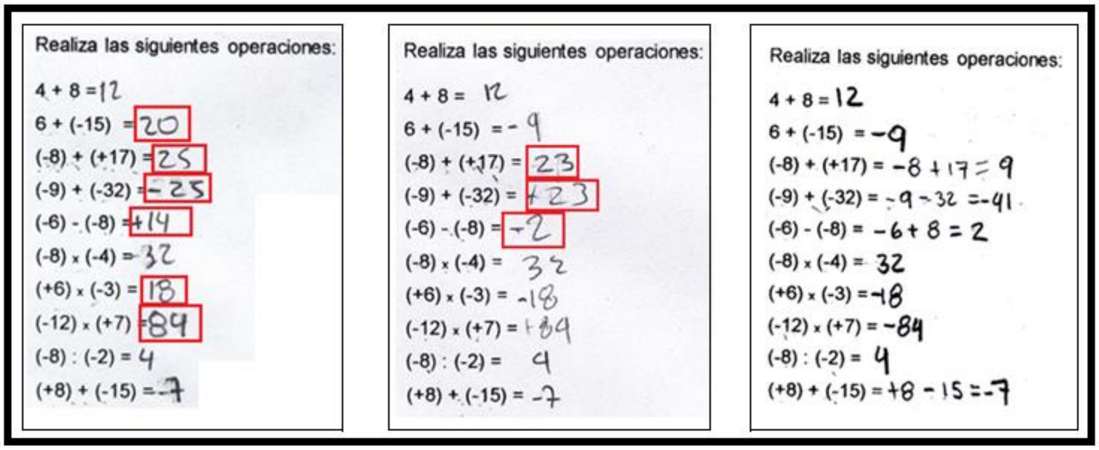



***Figura 4-4*** Operaciones con Enteros prueba de verificación 1.

Se evidencia la dificultad que se tiene para destruir paréntesis y la confusión con la famosa "ley de signos". En varios casos aparecen resultados insólitos en el sentido de que no se encuentra qué tipo de operación realizó el estudiante; en otros casos optan por ignorar el signo y simplemente trabajan como si todos los números fuesen positivos.

La operatividad con los números enteros, en general, tiende a mejorar y de manera ostensible. Las dificultades con el signo menos ya como símbolo de la operación sustracción, ya como símbolo de número negativo, empiezan a disminuir y con tendencia a no presentarse. En este sentido puede afirmarse que están en *acción* como proceso mental.

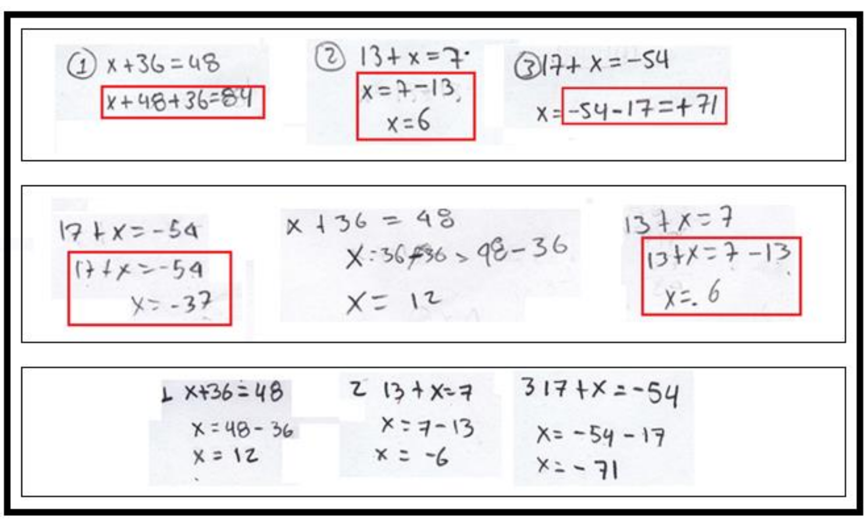



***Figura 4-5.*** Solución ecuaciones lineales, prueba verificación 1.

Cuando se ingresa al campo de las ecuaciones, cuyo fin es encontrar el valor de la variable que hace cierta de igualdad, aparecen situaciones curiosas. Aparecen de nuevo las dificultades con las operaciones en los Enteros, lo que aparentemente se había superado según resultados del punto anterior (operaciones).

En el caso del estudiante que denominamos A, en los ejercicios 1 y 2, encuentra las respuestas correctas quizás alcanzadas por tanteo; sin embargo, el procedimiento que realiza para encontrar la respuesta, debería llevarlo a respuestas diferentes (7 – 13 = 6), cundo la respuesta según procedimiento sería – 6.

Puede entonces ubicarse a los estudiantes en el proceso mental *acciones*, pues requieren todavía de un modelo para resolver ecuaciones.

### 4.2.4 Teoría APOE. Una nueva descomposición genética aplicada a las inecuaciones.

Luego de la prueba diagnóstica y la primera verificación, se hace necesario rediseñar la descomposición genética (figura 4-6). Se presentan temas como operaciones con diferentes conjuntos numéricos que requieren de mayor atención y dedicación. Igual con la relación de orden en los números reales.

En el plan de área, funciones es un tema que se trabaja luego de inecuaciones y sucesiones. Sin embargo, es claro que este tema es fundamental para abordar el tema inecuaciones. Máxime, cuando para graficar inecuaciones en geogebra, se parte de la función asociada a la inecuación.

En funciones, se trabaja desde geogebra, realizando gráficas de función constante, función lineal como principal, y graficando otras funciones, racionales, exponenciales por ejemplo, sin profundizar en conceptos. Mientras que en matemáticas se enfatiza en procedimientos, conceptos de función.

Con esta nueva descomposición genética se procede a evaluar o verificar los procesos mentales débiles o que no se adquieren aun, luego de las explicaciones, exposiciones y presentaciones de los temas por parte del profesor. Esto es después verificado con geogebra.

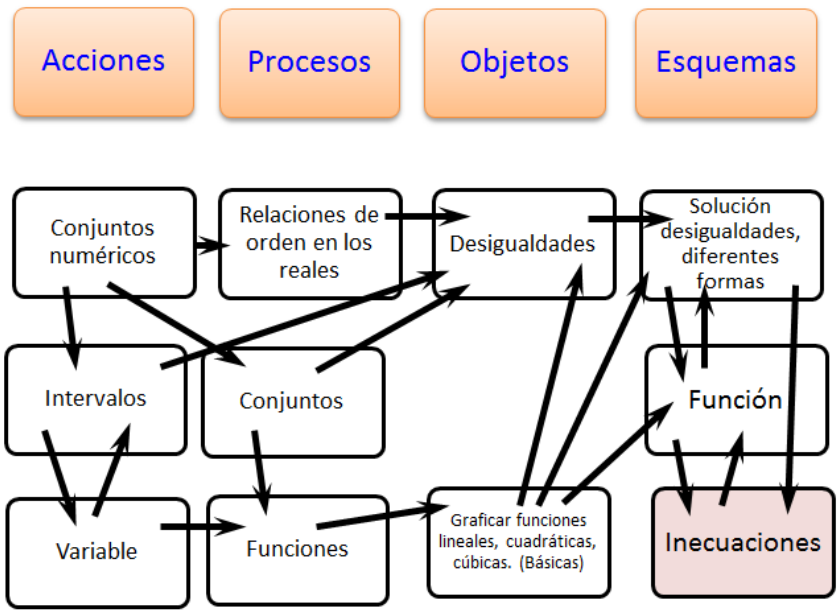



***Figura 4.-6*** Descomposición genética rediseñada.

### 4.2.5 Descripción y análisis de la prueba de verificación 2 (seguimiento).

Luego de analizar los resultados tanto de la prueba diagnóstica como los de la prueba de verificación 1, se considera necesario "reforzar" las operaciones con los conjuntos de números, especialmente con los Enteros. El énfasis en este momento del trabajo en el aula tenía que ver con la resolución de ecuaciones lineales, como modelo para resolver inecuaciones lineales; pero también se trabajó con los temas desigualdades, tanto algebraica como gráficamente, en el aula y con Geogebra.

El 17 de marzo de 2015, se realiza una prueba (examen escrito, ver anexo F) para verificar las destrezas y habilidades adquiridas para resolver ecuaciones lineales; es decir, para identificar en que proceso mental estaba el estudiante. Los resultados pueden verse en la Tabla 4.3. Pruebas de verificación 2 pueden verse con detalles en el anexo G.

***Tabla 4.3***

Resultados prueba verificación 2 (seguimiento).

| **20 pruebas verificación 2** | **Presentadas marzo 17** | **Respuestas correctas** |
|---|---|---|
| 1.- Indica el número que falta en estas expresiones: | | |
| a) 24 + ___ = 36 | | 18 |
| b) 15 – ___ = 9 | | 18 |
| c) 12 ÷ ___ = 4 | | 18 |
| d) ___ x 4 = 35 | | 4 |
| 2.- Encuentra un número que al sustituir la letra se verifique la igualdad: | | |
| a) x + 2 = 6 | | 13 |
| b) a – 2 = 8 | | 8 |
| c) 5 + x = 7 | | 12 |
| d) 4 + x = 10 – 2 | | 4 |
| 3.- Halla el valor de las letras de las siguientes ecuaciones: | | |
| a) x – 5 = 4 | | 7 |
| b) 2 – x = – 4 | | 3 |
| c) x + 10 = 0 | | 7 |
| d) t – 3 = 1 | | 10 |
| 4.- Resuelve la siguiente ecuación. | | |
| 2x + 8 = x + 25 + 8 | | 2 |
| 5.- Haz lo mismo del ejercicio anterior con estos otros ejercicios: | | |
| a) 3x + 23 = 2x + 59 | | 3 |
| b) x + 12 = 17 | | 14 |
| c) 2x – 4 = x + 9 | | 2 |
| d) 5x – 10 = 4x – 12 | | 2 |
| 6.- Resuelve las siguientes ecuaciones: | | |
| a) 2x/3 = 10 | | 6 |
| b) 3x – 4 = 24 | | 6 |
| c) (5x/2) + 2 = 2 | | 1 |

Como en las pruebas anteriores, se ilustran algunos de los procedimientos y respuestas que presentan los estudiantes en esta segunda prueba de verificación, Figuras 4-7 a 4-11:

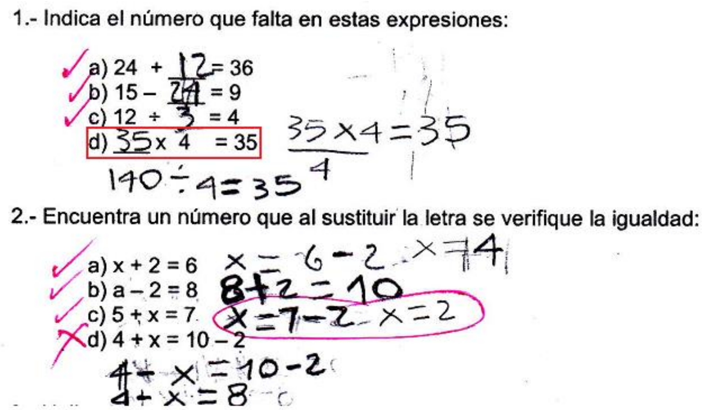



**Figura 4-7**. Encontrar el valor de la incógnita. Prueba de verificación 2.

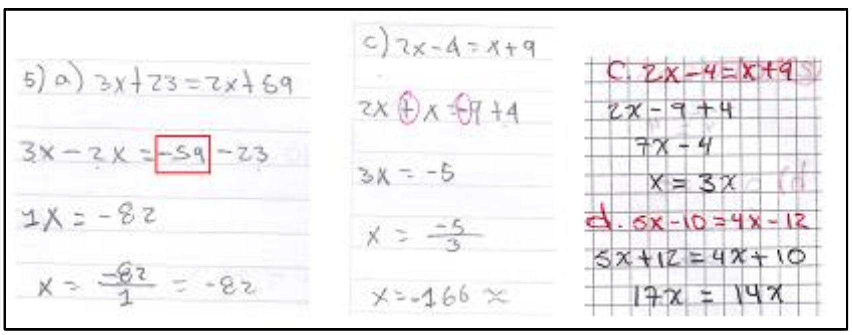


**Figura 4-8**. Encontrar el valor de X. Prueba de verificación 2.

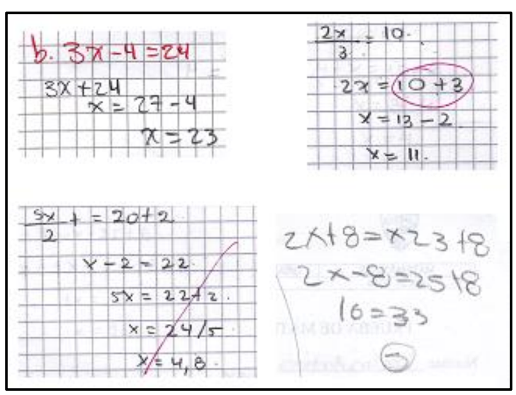


**Figura 4-9**. Encontrar el valor de X utilizando diferentes conjuntos numéricos. Prueba 2.

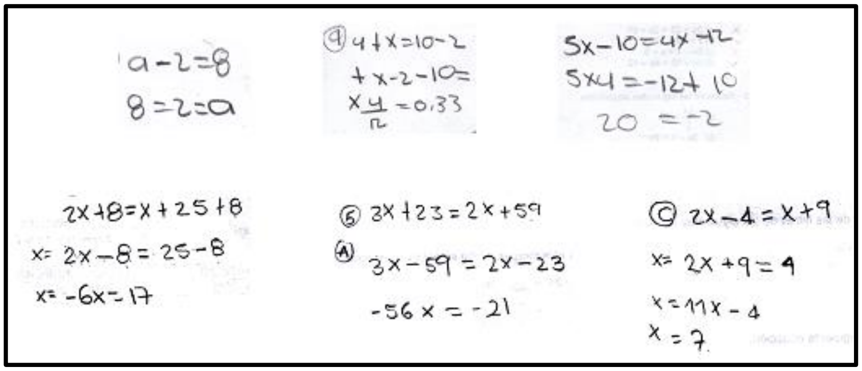



**Figura 4-10**. Diversas maneras de resolver ecuaciones. Prueba 2.

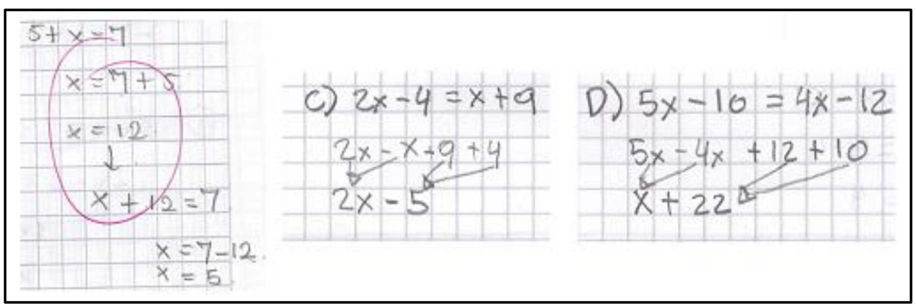



**Figura 4-11**. Estudiante con construcciones mentales, en ecuaciones, “cercanas” al nivel *acción*. Prueba 2.

Con este tema de ecuaciones, hay permanentes dificultades y de diferentes tipos. Aquí la pretensión es de encontrar el valor de la incógnita, mediante el proceso mental *acción*, esto es, con ayuda externa, cuaderno por ejemplo.

Con los diferentes despejes y transposiciones de términos existen confusiones y si se quiere, desconocimiento. Si bien lo mecánico es pasar términos al otro lado del igual con la operación contraria, los estudiantes pareciera que simplemente acomodan a la operación que más les parece o conviene.

Un término que está como divisor pasaría como factor (multiplicar) al otro lado del igual pero lo ponen a sumar. Cambian signos a los términos que no se transponen. Algunos tratan de comprobar la respuesta y terminan planteando una nueva ecuación y no propiamente equivalente a la primera.

Es claro que, con esta verificación, se requiere implementar nuevas estrategias para que los estudiantes alcancen para el concepto ecuaciones, como mínimo, el proceso mental *acción*.

### 4.2.6 Descripción y análisis del trabajo con GeoGebra (seguimiento).

En este trabajo con geogebra, tema completamente nuevo para los estudiantes de la institución, se comienza con el manejo básico del software. Construcciones sencillas de puntos, rectas, algunos polígonos, para familiarizarse con los comandos, los íconos, con las ventanas gráfica y algebraica.

Se hace la demostración de la suma interna de los ángulos de un triángulo, se construyen rectas, se describen desigualdades, se grafican funciones, entre otras.

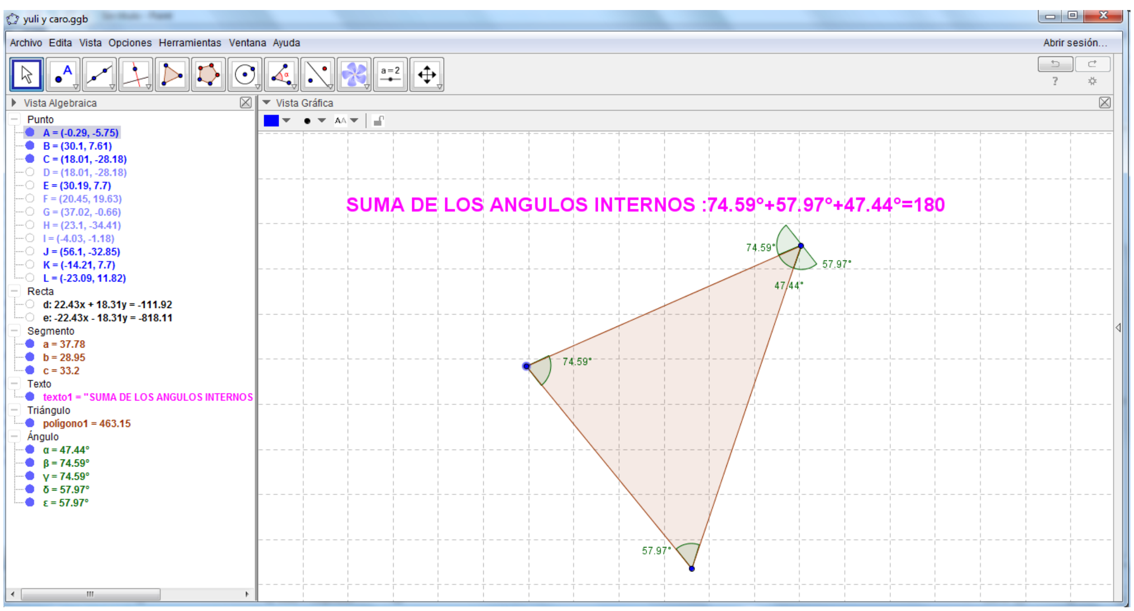



*Figura 4.12*. Procesos con geogebra. Demostración suma ángulos internos de un triángulo.

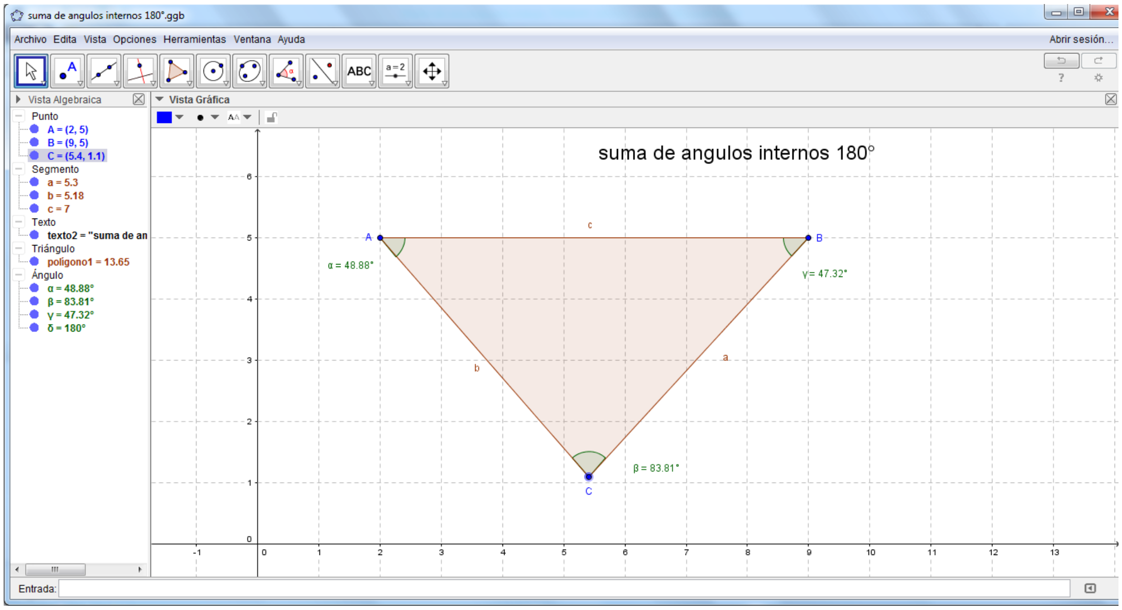



*Figura 4.13*. Procesos con geogebra. Alternativa de demostración suma ángulos internos de un triángulo.

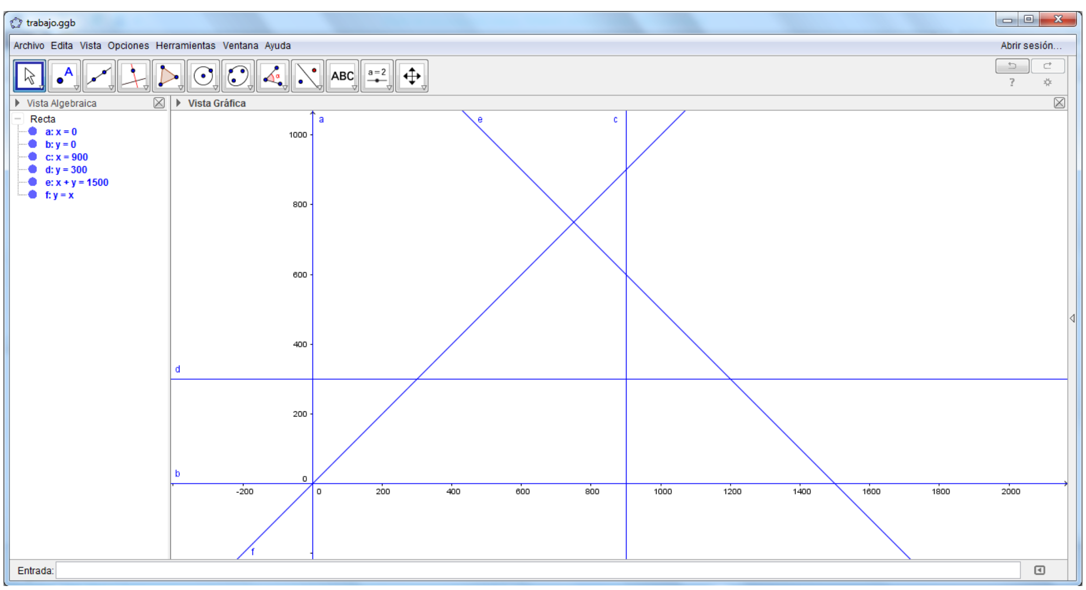



*Figura 4.14*. Procesos con geogebra. Estudiantes de undécimo. Construcción funciones constantes, lineales, rectas verticales.

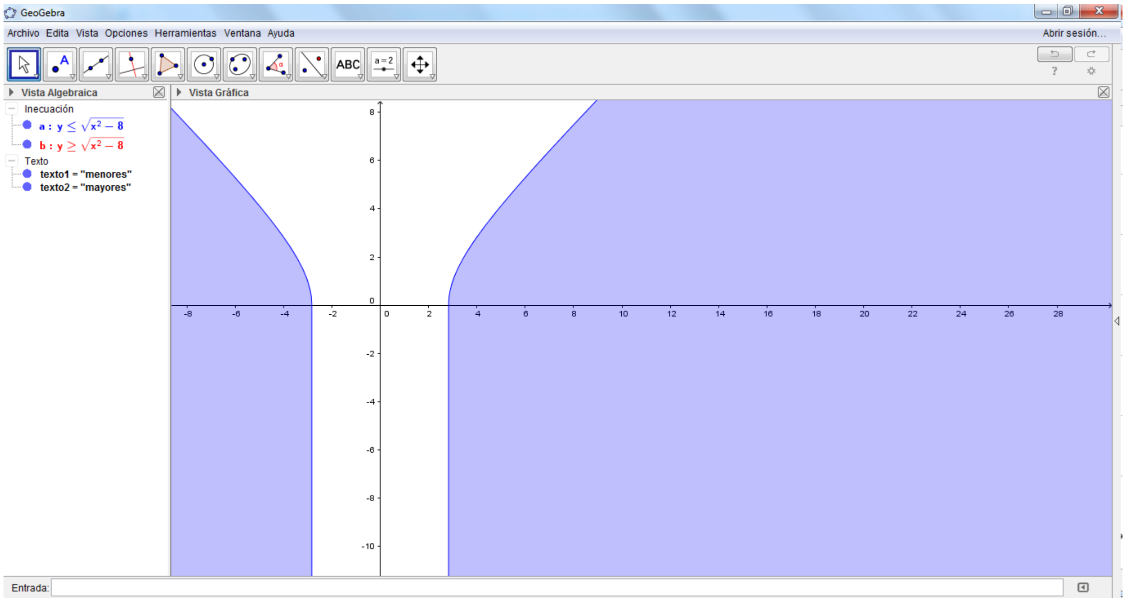



***Figura 4.15***. Procesos con geogebra. Estudiantes de undécimo. Graficar e interpretar desigualdades con Geogebra.

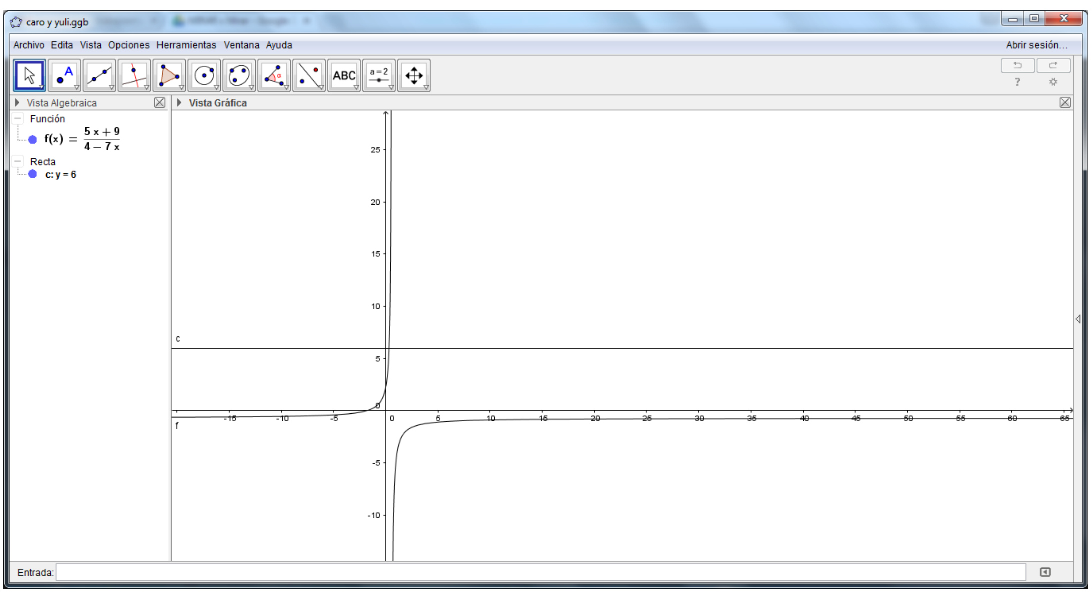



***Figura 4.16***. Procesos con geogebra. Estudiantes de undécimo. Graficar e interpretar funciones con Geogebra.

Quizás la novedad, el entorno gráfico del programa, hace que los estudiantes se motiven y muestren la adquisición de conceptos que en el tablero, no lograban. El caso de desigualdades, el caso de la función lineal. En una inecuación de dos variables, describen los semiplanos que se forman, cual corresponde a mayor y cual a menor que.

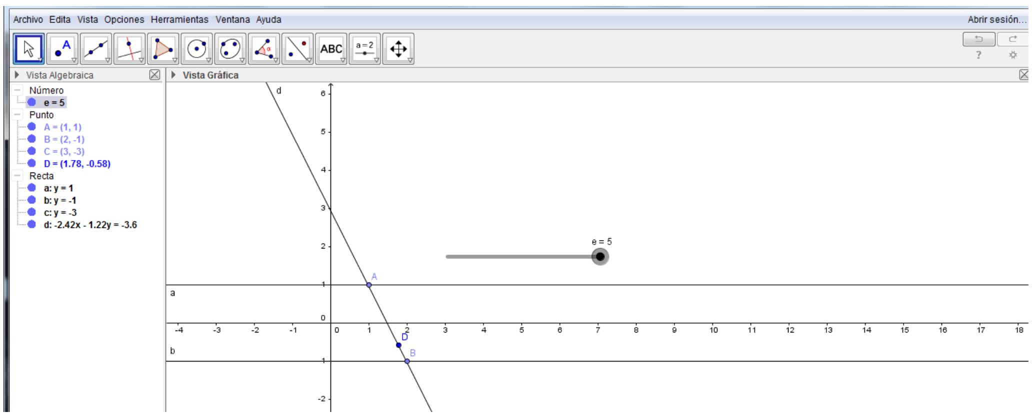



***Figura 4.17***. Procesos con geogebra. Uso de deslizadores en Geogebra

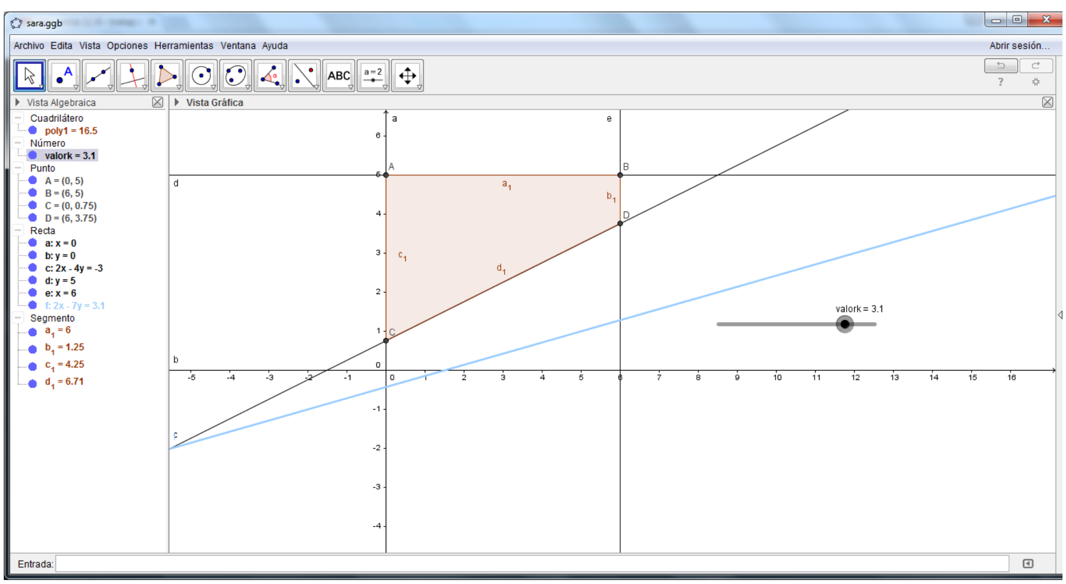



***Figura 4.18***. Procesos con geogebra. Desigualdades, inecuaciones.

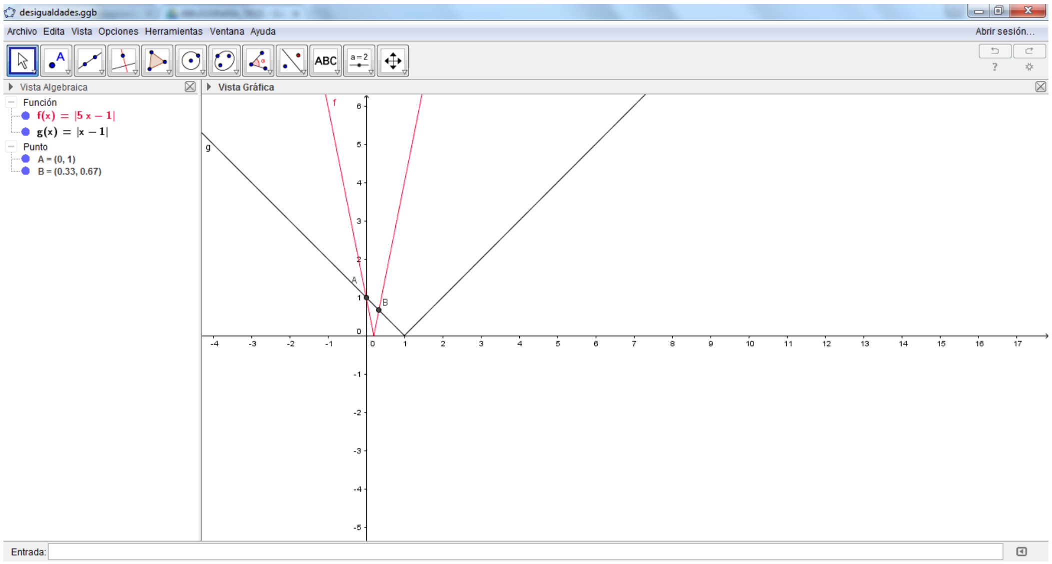



***Figura 4.19***. Procesos con geogebra. Función valor absoluto.

### 4.2.7 Descripción y análisis de la verificación final de las inecuaciones sin GeoGebra (seguimiento).

Al llegar a estas instancias, con el tema inecuaciones lineales, según el plan de área, el investigador se cuestiona en cuanto a que se debe evaluar y qué resultados se esperan en la verificación. En este sentido, los estudiantes saben de antemano que la verificación será individual y en el tablero. Es decir, en el aula.

Lo mínimo que se puede esperar de las construcciones mentales de los estudiantes es que estén en el nivel *proceso* de los conceptos necesarios para abordar el de inecuaciones lineales. La incertidumbre es apenas obvia dado que las evidencias, muestran niveles *acción* en operatoria con los números Enteros.

El referente para resolver inecuaciones, no hay duda, es ecuaciones; sin embargo, con inecuaciones lineales se busca en el estudiante la realización de procedimientos y que los argumenten, esto es que apliquen las propiedades de las desigualdades e inecuaciones, para que, finalmente, interpretar los resultados.

Es importante y definitivo que el estudiante reconozca las diferentes formas para resolver y presentar la solución de una inecuación lineal, valga decir, algebraica, mediante intervalos, la representación en la recta numérica, en forma de conjuntos. No menos importante es para el estudiante el relacionar estas diferentes formas de solucionar inecuaciones lineales.

Según la teoría APOE, las construcciones mentales de los estudiantes deben estar en el nivel de *procesos* y *esquemas* para así, construir el *esquema* del concepto inecuaciones lineales. Veamos entonces.

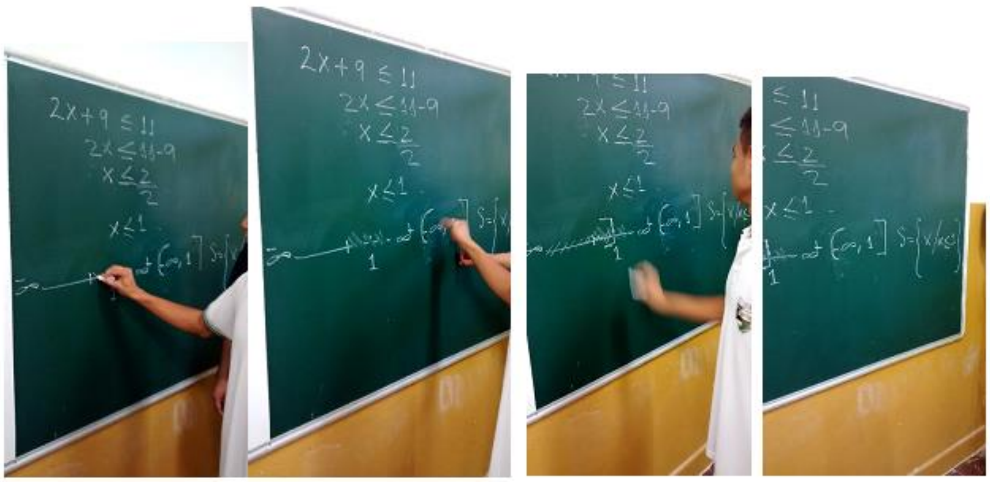



***Figura 4.20***. Verificación final inecuaciones sin geogebra.


***Figura 4.21***. Verificación final inecuaciones sin geogebra.

La evidencia con los estudiantes anteriores es el de buen manejo algebraico y se destacan las operaciones, en las que no aparecen errores. Presentan también, la solución de la inecuación en diferentes formas: como conjunto, como intervalo y en la recta (gráfica). El nivel alcanzado es de *proceso*.

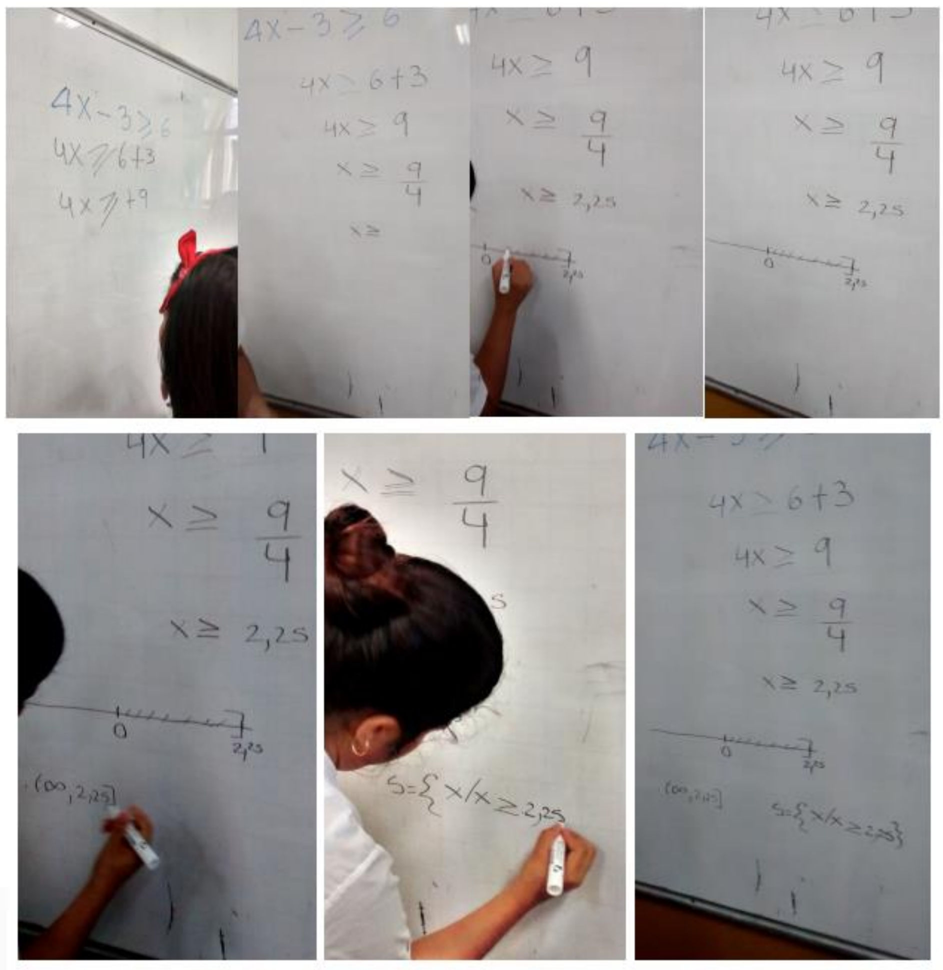



***Figura 4.22***. Verificación final inecuaciones sin geogebra.

Esta estudiante, como los dos anteriores, no tiene dificultades con las operaciones. Sin embargo, con las presentaciones de la solución a la inecuación planteada, se encuentra incoherencia entre la gráfica y la solución en forma de conjunto. Se evidencia la dificultad que el estudiante sordo tiene con los signos de la desigualdad.

También cuando escribe el intervalo solución, no sigue las “reglas” en cuanto a escribir a la izquierda el menor. Posiblemente atribuible a la dificultad con las lenguas involucradas: la propia de las matemáticas y el castellano escrito, dadas que no son su lengua natural.

El nivel que alcanza es el de *acción* porque aún requiere de ayuda externa para solucionar correctamente una inecuación.

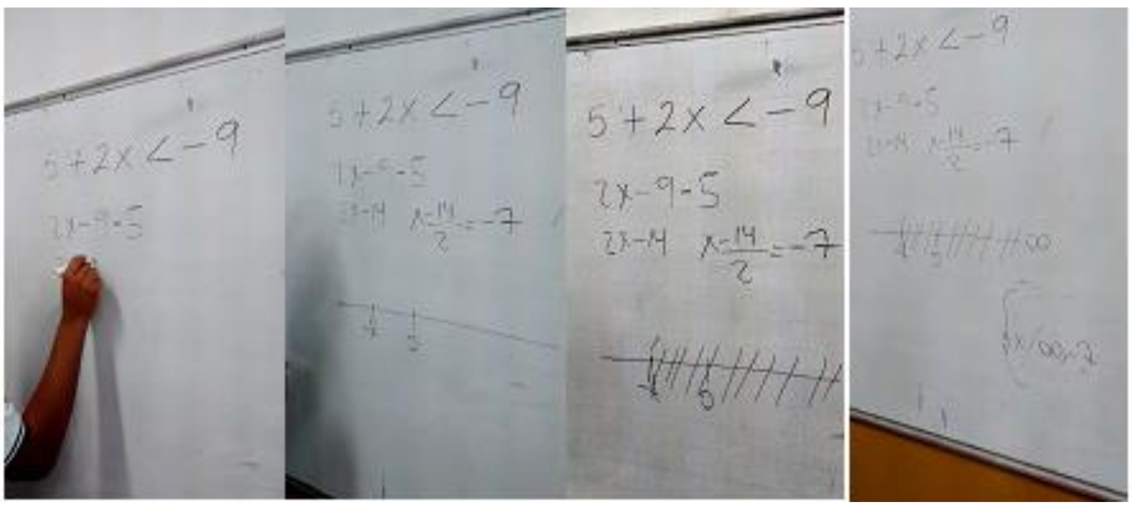



***Figura 4.23***. Verificación final inecuaciones sin geogebra.

En este caso la dificultad con la escritura es evidente. Desde el inicio desecha el signo de la desigualdad, aunque al parecer no tenga dificultades en últimas para encontrar el valor numérico. Sin embargo, presenta una de las grandes dificultades en el estudiante sordo como es la de diferenciar mayor y menor.

La solución en forma de intervalo no aparece. Los valores que corresponden a la solución, según la gráfica son diferentes a lo planteado en la inecuación original. El problema de escritura se resalta de nuevo, en la solución como conjunto.

El estudiante sustenta un nivel de acción pues, al solicitarle revisar el procedimiento en busca de posibles errores, o al plantearle la discrepancia entre las soluciones, el estudiante no argumenta satisfactoriamente.

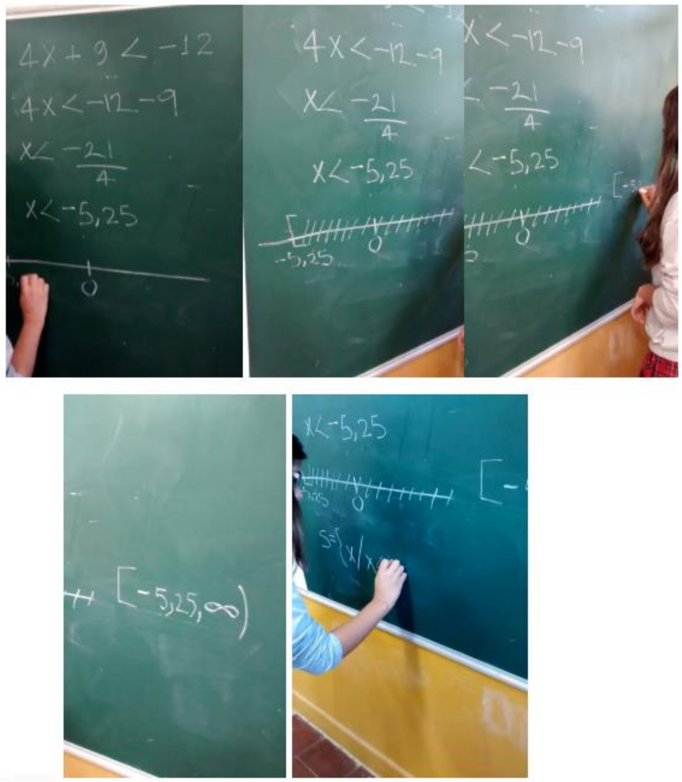



***Figura 4.24***. Verificación final inecuaciones sin geogebra.

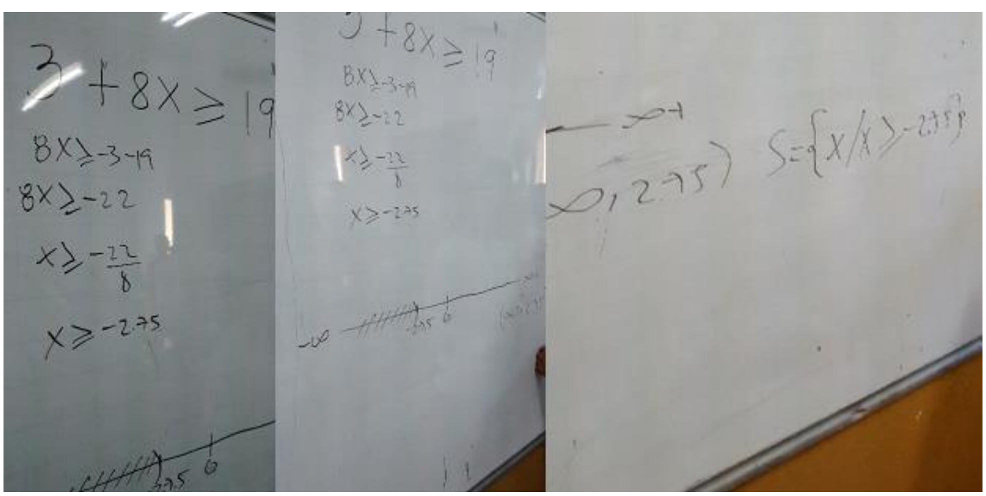



***Figura 4.25***. Verificación final inecuaciones sin geogebra.

Otros dos casos en los que aparecen las discrepancias entre las diferentes soluciones. La dificultad con el lenguaje y con el significado de los símbolos de las desigualdades, es grande.

### 4.2.8 Descripción y análisis de la verificación final de las inecuaciones con GeoGebra (seguimiento).

El referente para graficar inecuaciones lineales en geogebra son las funciones lineales asociadas. Se espera por tanto que no tengan dificultades para graficar funciones constantes y lineales. Se busca que interpreten los resultados desde la gráfica, puesto que la vista algebraica no le muestra procedimientos y defina los intervalos en que se es mayor o menor que, de acuerdo con el ejercicio o situación.

El trabajo a realizar es un ejercicio de inversión en acciones, y si bien no es el objetivo el trabajar programación lineal, si era involucrarlos con las características de una situación real donde existen restricciones (máximo o mínimo), y son aplicaciones directas de las inecuaciones. Es un ejercicio adaptado de *http://www.juntadeandalucia.es/averroes/centros-tic/11005275/helvia/sitio/upload/Solucion_ de_actividades_Tema_4_Programacion_lineal.pdf*

Una persona tiene 1500 € para invertir en dos tipos de acciones, A y B. El tipo A tiene un interés anual del 9%, y el tipo B, del 15%. Decide invertir, como máximo, 900 € en A, y como mínimo, 300 € en B. Además, quiere invertir en A tanto o más que en B.

a) Dibuja la región factible.

b) ¿Cómo debe invertir los 1500 € para que el beneficio sea máximo?

c) ¿Cuál es ese beneficio anual máximo?

La importancia radica en encontrar inicialmente las restricciones puesto que las inversiones, x es el dinero invertido en las acciones tipo A, mientras y, es el dinero invertido en acciones tipo B. La pregunta inicial es ¿cómo deben ser x e y? Acertadamente concluyen que deben ser $x \geq 0 \quad y \geq 0$. Esas son restricciones a tener en cuenta.

Las restricciones del problema son:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 900 \\ y \geq 300 \\ x \geq y \\ x + y \leq 1\,500 \end{cases}$$

Representamos las rectas y obtenemos la región factible, que es la zona sombreada.

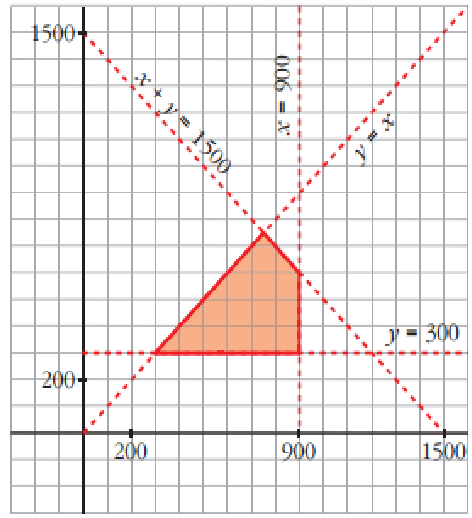



***Figura 4-26***. Grafica de las restricciones.

Fuente:*http://www.juntadeandalucia.es/averroes/centros-tic/11005275/helvia/sitio/upload/Solucion_de_actividades_Tema_4_Programacion_lineal.pdf*

El trabajo que finalmente realizan los estudiantes en geogebra es el que aparece en la figura 4-27. Algunos de esos trabajos se suben a la nube como evidencia. Geogebra posibilita eso al tener un lugar para ello: http://tube.geogebra.org

El gráfico que aparece a continuación, es un "pantallazo" del trabajo realizado por el estudiante Miguel Ángel. (Figura 4-27)

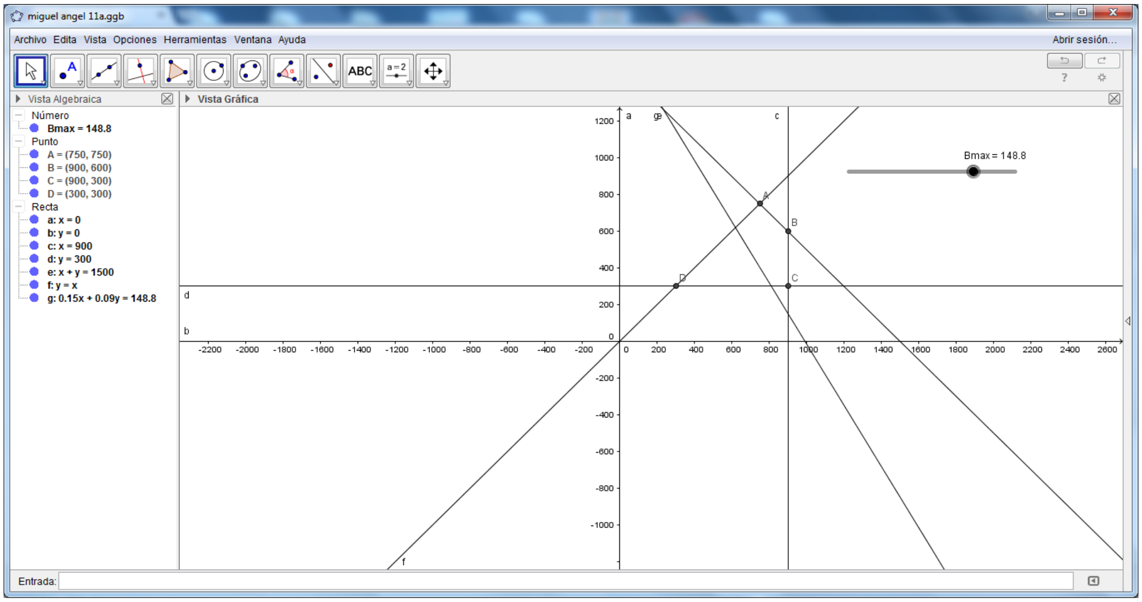



*Figura 4-27*. Captura trabajo final geogebra.

Fuente: http://tube.geogebra.org/m/1413365

## 4.3 Discusión

Se trabaja con cerca de 20 estudiantes, dada la inasistencia recurrente de algunos estudiantes. Su rendimiento académico no es brillante y existen notables diferencias entre los integrantes del grupo, aunque en general, sus notas son positivas en el sentido de alcanzar las metas propuestas para el curso.

Muchos de ellos se aproximan al trabajo en el aula ante la inminencia de una evaluación. El trabajo casero prácticamente es nulo aduciendo diversos factores: falta de acompañamiento, desconocimiento de su lengua, poca escolaridad de los padres, falta de medios (internet) para realizar tareas y consultas, etc. Además, la desmotivación de algunos es evidente y para unos pocos la aversión a las matemáticas es total.

Partiendo de que los temas para los estudiantes del grado once sordos son cuasi inéditos, pasando por la memoria matemática de corto plazo, finalizando con grandes dificultades con las operaciones, tanto aritméticas como algebraicas, el trabajo para que el estudiante sordo adquiera a nivel de esquema el concepto inecuaciones lineales, es arduo y retador.

La labor en cuanto a las inecuaciones lineales, si bien a nivel de bachillerato el tema no tenía gran trascendencia y era leve su paso por los cursos, ahora con la publicación de la "herramienta Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA)" (Colombia Aprende, 2015), por parte del MEN, toman la relevancia que se merecen. Eso implica un fuerte trabajo para que el estudiante sordo logre, con las construcciones mentales direccionadas por la descomposición genética, alcanzar el esquema inecuaciones.

Este fuerte trabajo debe partir desde el desligue total del modelo médico y asumir otra concepción de la sordera pues, mirando al sordo desde la perspectiva médica como ocurre ahora, se realizan recortes en el currículo sin sentido y las exigencias a nivel cognitivo se disminuyen significativamente, aspectos que poco o nada benefician a la comunidad.

Realizando una reflexión desde la teoría APOE, a partir de los resultados obtenidos en la investigación, un aprendizaje secuencial y progresivo no se evidencia. Así por ejemplo, con el trabajo final de inecuaciones en el tablero, hay avances y retrocesos con las diferentes construcciones mentales, para finalmente alcanzar el concepto requerido. Evidencian un nivel proceso resolución algebraica de inecuaciones lineales aunque, la resolución o representación gráfica, evidencie un nivel acción.

Ahora bien, si se parte de la evaluación diagnóstico y luego se revisan las pruebas de verificación, se pueden observar las diversas construcciones mentales pretendidas y requeridas, presentadas además en la descomposición genética, que logran los estudiantes. También se evidencia las grandes dificultades con algunas construcciones mentales, valga mencionar operaciones algebraicas y numéricas, ubicación de puntos e intervalos en la recta real, producto de no tenerlos como saberes previos y requeridos para construir esquemas.

Obviamente, tales dificultades son una base para rediseñar o presentar una nueva descomposición genética que privilegie diferentes estrategias de enseñanza y didáctica, con el fin de alcanzar, por parte de los estudiantes sordos, las acciones, procesos, objetos y sobre todo, esquemas de los diferentes conceptos a trabajar.

Así entonces, como lo muestra la evaluación final de inecuaciones (verificación final), la resolución gráfica presenta un nivel de dificultad alto, por lo que requiere dedicación especial. Aquí es donde aparece la fortaleza de GeoGebra y así se muestra, pues al privilegiar la gráfica, el estudiante logrará comprender esa situación.

Procurar entender el cómo los estudiantes construyen el conocimiento es muy gratificador y es productivo en el sentido de conocer con cierta exactitud las debilidades de la presentación y la forma de enlazar los diferentes temas. En esta investigación, salvo en preguntas porque se comete un error o si un valor pertenece a la solución encontrada, el punto de vista del estudiante se vio opacado.

En tal sentido y en otra investigación, puede recurrirse a entrevistas, argumentaciones del estudiante para así encontrar más fácilmente debilidades en las relaciones de las estructuras mentales; además, ampliar el conjunto de inecuaciones, digamos a cuadráticas, racionales, polinómicas que quizás, al abrir ese espectro, el estudiante alcance mayor dominio de conceptos.

El grupo de estudiantes puede ubicarse en el tema inecuaciones lineales, desde la teoría APOE, en el nivel acción, puesto que requiere de otras soluciones realizadas de inecuaciones y de algunos casos memorizados para resolver una inecuación, además requiere sustituir en la inecuación para determinar si un valor pertenece a la solución. Las relaciones que los estudiantes sordos construyeron entre los conceptos no resultaron ser tan fuertes como se hubiera deseado. La propuesta entonces debe ajustarse.

Desde la experiencia y confirmada con esta investigación, es indiscutible la forma diferente como aprenden los estudiantes sordos respecto de los estudiantes oyentes. La memoria de corto plazo en los sordos no tiende a largo plazo con la repetición, por lo que se requiere la recordación de conceptos previos a un concepto de manera constante, lo que significa que el trabajo previo, o los conceptos previos o los prerrequisitos, deben trabajarse muy fuerte con los estudiantes sordos.

Los contenidos para las diferentes poblaciones se deben plantear y formular de manera diferente. El nivel de exigencia en todos los grados debe incrementarse con el fin de que los estudiantes se apropien de los conceptos que se enseñan. En este aspecto, es evidente que requieren cierto domino algebraico y de funciones.

Es necesario implementar actividades en las aulas que involucren las TIC, el caso de GeoGebra para trabajar geometría (dinámica) es una experiencia buena, pues se dejan a un lado los tradicionales métodos de enseñanza, se acercan más al estudiante y, por tanto, a su contexto y a sus necesidades. El trabajo colaborativo, la disposición, el entorno gráfico del programa son aspectos sobresalientes en este trabajo, producto del uso del software. Evidentemente ayuda bastante.

La dificultad con las señas en matemáticas contribuyen al bajo desempeño, hasta el final de la evaluación los estudiantes presentaron dificultades con los conceptos de mayor qué y menor qué.

En las pruebas saber del 2009 los estudiantes sordos oralizados, o sordos que no tenían intérprete, tuvieron en varias áreas mejores resultados que los estudiantes sordos que utilizaron lenguas de señas, es decir, requirieron servicio de interpretación. (Padilla Muñoz, Rodríguez, Castro, & Gómez-Restrepo, 2011).

# 5. Conclusiones y recomendaciones

## 5.1 Conclusiones

En esta investigación se abordó la enseñanza de las inecuaciones lineales para estudiantes sordos del grado 11 de la Institución Educativa Francisco Luis Hernandez Betancur. Para la planeación del trabajo en el aula se utilizó la teoría APOE, desarrollándose dos descomposiciones genéticas, una al inicio y otra después de realizar la prueba diagnóstica y la primera prueba de seguimiento, se evidencia pues una diferencia entre lo que se concibe al comienzo con base en el los requerimientos del MEN y las particularidades de la población del estudio. Se evidenció la utilidad de la teoría APOE para la planeación en el aula de una manera organizada.

Las prueba diagnóstica y las pruebas de seguimiento evidencian las dificultades que tienen los estudiantes sordos con algunas construcciones mentales, valga mencionar operaciones algebraicas y numéricas, ubicación de puntos e intervalos en la recta real, producto de no tenerlos como saberes previos y requeridos para construir esquemas.

Se evidenciaron dos aspectos que contribuyen al bajo rendimiento de los estudiantes sordos, el primero de ellos es la falta de consenso sobre las señas usadas en matemáticas, generando confusión en los estudiantes sordos y adicionalmente, el poco manejo de la lengua castellana escrita por parte de los estudiantes sordos, dependiendo en algunos casos completamente de los intérpretes y valga la redundancia de la interpretación que hace éste del profesor, quien domina el saber especifico. Así pues, los intérpretes no siempre cuentan con la formación suficiente para realizar su labor, pues no necesariamente tienen los conocimientos específicos del área o asignatura donde acompañan al docente.

Por otro lado, el aporte del software en la mejora de la enseñanza es evidente. El solo cambio el sitio de trabajo, la sala de informática en vez del aula de clase, predispone al estudiante y lo motiva para la labor en la sala. También el cambio de presentación de un frío tablero a una pantalla dinámica, permite desarrollar diferentes estrategias de enseñanza.

Mientras para el aprendizaje también tiene su aporte este geogebra. El tiempo de concentración es mayor y mucho más en los estudiantes sordos. La solidaridad aumenta entre los estudiantes: se colaboraban entre sí, pues los estudiantes con más habilidades en el manejo de computadores, estaban pendientes de los menos hábiles y, así, no permitían que sus compañeros se quedaran atrasados o sin entender el proceso.

Ya en el ámbito académico, con las inecuaciones, los resultados de la investigación no son concluyentes. Es un programa nuevo para ellos por lo que las instrucciones para su manejo fueron básicas. Por el tiempo limitado en la utilización de la sala, por no tener la herramienta disponible en los hogares y quizás por no contar con el intérprete, el trabajo extraclase para manejar el programa, no es el mejor ni el adecuado.

De esta forma, los ejercicios a realizar requerían de mucha instrucción al principio y de buena adaptación entre las señas de matemáticas con las de informática. Esto significa dos clases simultáneas: matemáticas e informática, lo que dificultaba un poco el arranque de la actividad en geogebra.

De todas maneras, se logra con este software recomponer o, mejor, disipar en alguna medida, la dificultad para determinar la solución gráfica de una inecuación. Al no existir un proceso algorítmico, dado que se digita la inecuación y aparece el gráfico listo, el estudiante establece y argumenta, el intervalo solución, en lengua de señas. Sin embargo, presentar por escrito la solución, persiste como dificultad, tal como en la prueba final sin geogebra. Figuras 4-24 y 4-25 por ejemplo.

## 5.2 Recomendaciones

Debido a las nuevas recomendaciones del Ministerio de Educación Nacional plasmadas en la herramienta Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), sobre las inecuaciones lineales, es necesario refinar la descomposición genética. Es un tema que, según los DBA, serán abordados en dos momentos, aunque realmente es en dos años pues, una parte se verá en noveno y la otra en décimo.

Si bien, de acuerdo con los lineamientos del MEN y el PEI del colegio, la temática de inecuaciones lineales es la primera que debe impartirse en el grado 11, se recomienda comenzar con otra temática, en particular el tema de funciones puede favorecer la enseñanza de las inecuaciones lineales. Máxime que ahora queda supeditado por lo expuesto en el párrafo anterior.

Se debe reforzar el bilingüismo, pues es la única manera que tiene el estudiante sordo de acceder directamente a las fuentes de conocimiento sin que pase por el filtro del intérprete. Así como no se debe eliminar de tajo, otras formas de aprendizaje de los sordos porque no todos pueden acceder a una escuela con la modalidad bilingüe.

La formación de los intérpretes debería contar con más formalismo y además, deberían tener conocimientos básicos del área o asignatura donde realizan su labor. Es deber de las entidades estatales ofrecerles la capacitación, las actualizaciones que las dinámicas educativas requieren.

# Referencias

1. Aldana, E. (2011). *Comprensión del concepto de integración definida en el marco de la teoría "APOE"* (Tesis doctoral). Universidad de Salamanca. España. Obtenido de http://hdl.handle.net/10366/83204

2. Artunduaga, S., & Ortega, K. (2012). *Identificación de competencias asociadas a la resolución de problemas en matemáticas en un grupo de estudiantes sordos de la educación media colombiana*. Tesis pregrado. Universidad del Valle. Cali, Valle del Cauca.

3. Barbosa, K. (2003). *La enseñanza de las inecuaciones desde el punto de vista de la teoría APOE*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, vol. 6, núm 3, noviembre, 199-219. Recuperado de http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2092570

4. Betancur, I. C. (2011). *Perfil cognitivo del niño sordo a nivel de atención, memoria y función ejecutiva en estudiantes que se encuentran en proceso de adquisición de una segunda lengua.* Tesis maestría. Universidad de San Buenaventura. Medellín

5. Borello, M. (Junio de 2010). Un planteamiento de resignificación de las desigualdades a partir de las prácticas didácticas del profesor. un enfoque

socioepistemológico. Tesis de doctorado no publicada. Instituto Politécnico Nacional. México D.F.

6. Castañeda, M., & Ramírez, P. (2003). *Generalidades sobre la educación bilingüe para los sordos.* Recuperado del sitio de internet http://186.113.12.12/discoext/collections/0032/0022/02690022.pdf

7. CRUZ, L. P. (2012). *Propuesta de formación en niños con necesidades educativas especiales; para desarrollar el concepto de conjunto y una aproximación a sus propiedades teniendo como eje integrador la enseñanza de las ciencias naturales*. Tesis de maestría. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá.

8. Díez, M. (2002). *Sobre la simbolización en el álgebra: aplicación al proceso de aprendizaje de las desigualdades en educación secundaria*. Tesis doctoral. Universidad Complutense de Madrid. Madrid, España.

9. García, J. (2010). *Análisis de errores y dificultades en la resolución de tareas algebraicas por alumnos de primer ingreso en nivel licenciatura*. Tesis maestría. Universidad de Granada. Granada.

10. Giménez, J., Rosich, N., Latorre, R. M., & Muria, S. (2004). *Evaluación reguladora y apoyo geométrico al alumnado deficiente auditivo en aulas inclusivas en la ESO. Un estudio de caso*. En Castro, Encarnación; de la Torre, Enrique (Eds.), Investigación en educación matemática: Octavo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (S.E.I.E.M.) (pp. 103-126) A Coruña, España. Recuperado de http://ruc.udc.es/bitstream/2183/11281/1/CC-75%20art%207.pdf

11. Guilombo, D. M., & Hernández, L. A. (2011). El lenguaje y las matemáticas: aprendizajes simultáneos en estudiantes sordos de primer ciclo escolar. *Revista Horizontes, vol 29, núm 1, junio*, 53-61.

12. Hernández, C. M. (marzo de 2013). Consideraciones para el uso del GeoGebra en ecuaciones, inecuaciones, sistemas y funciones. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas. Volumen 82, páginas 115-129*. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/3646/1/Hern%C3%A1ndez2013ConsideracionesNumeros82.pdf

13. ICFES (2014). *ICFES.* Obtenido de http://www.icfes.gov.co/examenes/saber-11o/segundo-semestre-2014/guias-y-ejemplos-de-preguntas

14. MEN. (Junio de 1998). Ministerio Educación Nacional MEN. Lineamientos curriculares Matemáticas. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/w3-article-339975.html

15. MEN (Julio de 2006). *Orientaciones pedagógicas para la atención educativa a estudiantes con limitación auditiva*. Bogotá, D.C., Colombia. Recuperado de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-320691_archivo_6.pdf

16. Mora Ocares, G., & Parraguez González, M. (2012). Estudio de la función lineal en estudiantes con déficit auditivo: ¿Un problema de tiempo o ritmo de aprendizaje? . *Revista iberoamericana de educación matemática. Septiembre, núm 31*, 85-106.

17. Noreña, T., Parra, G. P., & Ruiz, A. (Noviembre de 2009). Concepciones y proyecciones del currículo en el área de matemáticas que tienen los profesores del colegio Santa María. Tesis Licenciatura en Pedagogía Infantil. Universidad de la Sabana. Bogotá.

18. Núñez, N. (2012). La resolución de problemas con inecuaciones cuadráticas. Una propuesta en el marco de la teoría de situaciones didácticas. Tesis maestría. Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú.

19. Peña, R & Aldana, E (2011). *Orientaciones generales para el diseño de situaciones didácticas en matemáticas a estudiantes sordos. Una experiencia desde el PEBBI* (*Proyecto Educativo Bilingüe Bicultural del Insor*). Recuperado de http://www.insor.gov.co/historico/images/PUBLICACIONES/cartilla_diseo_matematicas_parte1.pdf

20. Peña Giraldo, R., & Aldana Bermúdez, E. (Octubre de 2013). Análisis del concepto de función en estudiantes sordos de grado décimo. *Revista Científica*. Recuperado septiembre de 2014, de http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/view/5971

21. Porras Torres, F. (Mayo de 2011). *El Concepto de Función en la Transición Bachillerato Universidad.* Tesis maestría. Universidad del Valle. Santiago de Cali.

22. Roa-Fuentes, S., & Oktaç, A. (2010). Construcción de una descomposición genética: análisis teórico del concepto transformación lineal. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa. Relime.* Recuperado de http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v13n1/v13n1a5.pdf

23. Rodríguez, G. E., & Torres, E. (2013). La noción de fracción como cociente: una propuesta de aula para sordos. *Educación y desarrollo social. Vol 7, No 2*, 26-41.

24. Secretaría de Educación Distrital (2007). *S E R I E Cuadernos de Currículo. Colegios Públicos de excelencia para Bogotá. Orientaciones curriculares para el campo de Pensamiento Matemático*. Recuperado de http://www.sedbogota.edu.co/AplicativosSED/Centro_Documentacion/anexos/publicaciones_2004_2008/99198-Pensamientomate_bja.pdf

25. Velasco Narváez, M. C. (2011). Aprendizaje de las inecuaciones lineales con valor absoluto desde una perspectiva plurirregistro . Tesis maestría. Universidad del Valle. Santiago de Cali.

26. Vrancken, S.; Engler, A.; & Müller, D. Inecuaciones algebraicas. Una experiencia didáctica articulando diversos sistemas de representación. *Yupana, #5* (10) pp. 55 - 66. doi: www.dx.doi.org/10.14409/yu.v1i5.261

# A. Anexo: Plan área institución

**INSTITUCIÓN EDUCATIVA**
***Francisco Luis Hernández Betancur***

Aprobado por Res. Deptal. 000282 de 1997 para básica completa
Aprobado por Res. Mpal. 0490 de 2004 para Educación Media.
Razón Social – Res. Deptal. 16209 de 2002 y Res Mpal. 033 de 2003
DANE 105001017876-01 - NIT 811019153 – 4

| ÁREA MATEMÁTICAS | GRADO UNDÉCIMO | Enero 2015 |
|---|---|---|
| *Luis Fernando Bohórquez Vahos* | MATEMÁTICAS 11A – 11B | Página 1 de 4 |

GRADO: Once

**INTENSIDAD HORARIA**: 4 horas semanales **PERIODO**: 1 Enero 13 – Marzo 20

**PROPÓSITO DE GRADO**:

Elaborar modelos de fenómenos del mundo real mediante procesos de variación y cambio, representarlos y traducirlos en expresiones algebraicas, gráficos y expresiones orales.

**CONTENIDOS ESPECÍFICOS**

Conjuntos Numéricos.
Números Reales
Desigualdades
Intervalos
Solución de inecuaciones de primer grado con una incógnita
Solución de inecuaciones cuadráticas y racionales
Valor Absoluto, Propiedades
Ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto.

**PENSAMIENTOS MATEMÁTICOS:**

Pensamiento numérico y sistemas numéricos
Pensamiento variacional y sistemas analíticos y algebraicos

Calle 87 Nº 50 AA 21, Aranjuez, Medellín, Antioquia, Colombia. Tel: 4448971.
Email: ie.franciscoluishern@medellin.gov.co Web: www.iefranciscoluis.edu.co

*Luis Fernando Bohórquez*
gladyselena100@yahoo.com trabajoestudiante500@gmail.com
http://profefercho.blogspot.com

**INSTITUCIÓN EDUCATIVA**
*Francisco Luis Hernández Betancur*
Aprobado por Res. Deptal. 000282 de 1997 para básica completa
Aprobado por Res. Mpal. 0490 de 2004 para Educación Media.
Razón Social – Res. Deptal. 16209 de 2002 y Res Mpal. 033 de 2003
DANE 105001017876-01 - NIT 811019153 – 4

| ÁREA MATEMÁTICAS | GRADO UNDÉCIMO | Enero 2015 |
|---|---|---|
| *Luis Fernando Bohórquez Vahos* | MATEMÁTICAS 11A – 11B | Página 2 de 4 |

**COMPETENCIAS**

- ✓ Distinguir las diferentes representaciones de una desigualdad y su uso según la situación
- ✓ Resuelven problemas de inecuaciones dando su solución en forma de intervalo.
- ✓ Plantean y resuelven ecuaciones o inecuaciones que contengan valor absoluto
- ✓ Resolver problemas que requieren la aplicación de las propiedades del valor absoluto y de las inecuaciones
- ✓ Justificar los procedimientos utilizados en la solución de un problema mediante las propiedades del valor absoluto y de las inecuaciones.
- ✓ Escribir en lenguaje matemático los problemas de la vida cotidiana y de otras ciencias

**ESTANDARES**:

- ✓ Resuelvo y formulo problemas usando modelos matemáticos y financieros.
- ✓ Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas
- ✓ Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos.
- ✓ Justifico la pertinencia de utilizar unidades de medida estandarizadas en situaciones tomadas de distintas ciencias.
- ✓ Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).

**SITUACIÓN PROBLEMA**

El Cálculo constituye una de las grandes conquistas intelectuales de la humanidad. Una vez construido, la historia de la matemática ya no fue igual: la geometría, el álgebra y la aritmética, la trigonometría, se colocaron en una nueva perspectiva teórica. Detrás de cualquier invento, descubrimiento o nueva teoría, existe, indudablemente, la evolución de ideas que hacen posible su nacimiento. El Cálculo cristaliza conceptos y métodos que la humanidad estuvo tratando de dominar por más de veinte siglos.

Una larga lista de personas trabajaron con los métodos "infinitesimales" pero hubo que esperar hasta el siglo XVII para tener la madurez social, científica y matemática que permitiría construir el Cálculo que utilizamos en nuestros días.

Sus aplicaciones son difíciles de cuantificar porque toda la matemática moderna, de una u otra forma, ha recibido su influencia; y las diferentes partes del andamiaje matemático interactúan constantemente con las ciencias naturales y la tecnología moderna.

Calle 87 Nº 50 AA 21, Aranjuez, Medellín, Antioquia, Colombia. Tel: 4448971.
Email: ie.franciscoluishern@medellin.gov.co Web: www.iefranciscoluis.edu.co

*Luis Fernando Bohórquez*
gladyselena100@yahoo.com trabajoestudiante500@gmail.com
http://profefercho.blogspot.com

**INSTITUCIÓN EDUCATIVA**
*Francisco Luis Hernández Betancur*

Aprobado por Res. Deptal. 000282 de 1997 para básica completa
Aprobado por Res. Mpal. 0490 de 2004 para Educación Media.
Razón Social – Res. Deptal. 16209 de 2002 y Res Mpal. 033 de 2003
DANE 105001017876-01 - NIT 811019153 – 4

| ÁREA MATEMÁTICAS | GRADO UNDÉCIMO | Enero 2015 |
|---|---|---|
| *Luis Fernando Bohórquez Vahos* | MATEMÁTICAS 11A – 11B | Página 3 de 4 |

**Preguntas Orientadoras**

- ¿Cuáles fueron los hombres que más aportes le hicieron al cálculo?
- ¿Qué aporta el concepto de valor absoluto a la historia del cálculo y en qué se emplea?
- ¿Qué propiedades se aplican en valor absoluto y desigualdades?
- Mi posición en el mundo.
- ¿Cuándo un número es mayor o menor que otro?
- ¿De cuantas formas se puede representar un intervalo y para que se usan en matemática?
- ¿Cómo influye un conteo en la elección del personero estudiantil?
- ¿Qué relaciones matemáticas se presentan en un proceso electoral?

| CONOCIMIENTOS | | |
|---|---|---|
| **Conocimientos conceptuales** | **Conocimientos procedimentales** | **Conocimientos actitudinales** |
| ❖ Reconocimiento de la historia del cálculo y sus principales representantes.<br>❖ Relaciones entre los conjuntos numéricos.<br>❖ Reconocimiento de las propiedades de las desigualdades.<br>❖ Conceptualización y reconocimiento de las propiedades de valor absoluto.<br>❖ Definición de intervalo<br>❖ Relación de orden en los números reales y las desigualdades<br>❖ Definición de inecuación y propiedades<br>❖ Concepto y propiedades del valor absoluto<br>❖ Relaciones<br>❖ Dominio y Rango de las relaciones<br>❖ Cuadro comparativo sobre el contexto del proyecto de vida | ❖ Investigación de la historia del cálculo y sus representantes.<br>❖ Clasificación de los números de acuerdo al conjunto numérico que pertenezca.<br>❖ Resolución de desigualdades a partir de las propiedades.<br>❖ Enunciación e interpretación de las propiedades relativas a las igualdades y desigualdades con valor absoluto.<br>❖ Representa un intervalo en distintas formas<br>❖ Aplica propiedades de las inecuaciones para resolver problemas de la matemática y de otras ciencias<br>❖ Aplica procedimientos adecuados para resolver problemas que involucran el valor absoluto<br>❖ Reconoce las propiedades del valor absoluto.<br>❖ Aplicación del Análisis DOFA. | ❖ Curiosidad e interés por investigar sobre la historia del cálculo y sus aplicaciones.<br>❖ Valoración de la contribución de la matemática a la humanidad.<br>❖ Reconocimiento de la importancia de los conceptos vistos, para abordar temas posteriores.<br>❖ Participa activamente de las actividades propuestas para la clase<br>❖ Toma decisiones que conducen a la solución de un problema<br>❖ Respeta la opinión de los compañeros<br>❖ Participación en las creaciones y debates |

Calle 87 Nº 50 AA 21, Aranjuez, Medellín, Antioquia, Colombia. Tel: 4448971.
Email: ie.franciscoluishern@medellin.gov.co Web: www.iefranciscoluis.edu.co

*Luis Fernando Bohórquez*
gladyselena100@yahoo.com trabajoestudiante500@gmail.com
http://profefercho.blogspot.com

**INSTITUCIÓN EDUCATIVA**
*Francisco Luis Hernández Betancur*

Aprobado por Res. Deptal. 000282 de 1997 para básica completa
Aprobado por Res. Mpal. 0490 de 2004 para Educación Media.
Razón Social – Res. Deptal. 16209 de 2002 y Res Mpal. 033 de 2003
DANE 105001017876-01 - NIT 811019153 – 4

| ÁREA MATEMÁTICAS | GRADO UNDÉCIMO | Enero 2015 |
|---|---|---|
| *Luis Fernando Bohórquez Vahos* | MATEMÁTICAS 11A – 11B | Página 4 de 4 |

**Indicadores de desempeño**

- Identifica los principales hombres del cálculo y sus aportes.
- Opera adecuadamente en diferentes sistemas numéricos.
- Comprende el concepto de intervalo y lo grafica adecuadamente
- Obtiene el conjunto solución de una desigualdad utilizando propiedades.
- Resuelve problemas de inecuaciones dando su solución en forma de intervalo.
- Resuelve y formula problemas que involucran inecuaciones
- Dada una ecuación o inecuación entre barras de valor absoluto, la resuelve aplicando la definición o una o más de las propiedades relativas a este operador.
- Conoce las relaciones entre intervalo, inecuación y valor absoluto
- Argumenta los procedimientos usados en la solución de un problema
- Expresa en lenguaje matemático problemas de la cotidianidad.

**ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN**

El estudiante se evaluara continuamente con el trabajo que muestre, su cotidianidad, su actitud, dedicación, interés, participación, que lo induzcan a conocer, analizar, crear y resolver problemas.
Evaluación integral y continua teniendo en cuenta la participación y cumplimiento de los estudiantes en el aula de clase
Observación en el aula: (talleres individuales y grupales)
Participación en clase: preguntas y ejercicios en el tablero
Problemas: (Pruebas Objetivas) y trabajos individuales o en grupo
Presentación, Operación, Razonamiento, Procedimientos.
Conceptos previos. Trazado de gráficas. Solución de ecuaciones e inecuaciones. Formulación de preguntas. Talleres.

**ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS DE APOYO PARA LA SUPERACIÓN DE DIFICULTADES DURANTE EL PERIODO**

Solicitar al estudiante todos los trabajos realizados durante el periodo, y hacerlos responsables de su revisión y corrección en un tiempo determinado por el docente.
Sustentación y evaluación de nuevo, acorde con la evaluación escrita del periodo.
Repaso de los temas que presentan dificultad (retroalimentación de los ejes temáticos en los cuales presenta dificultad.

# B. Anexo: Prueba diagnóstica.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
*"Francisco Luis Hernández Betancur"*

| MATEMÁTICAS | DESIGUALDADES E INECUACIONES | |
|---|---|---|
| Diagnóstico | GRADO UNDÉCIMO | Página 1 de 2 |

Nombre: ______________________________ Grado: ______

Resuelve para x:

$x - 9 = 23$

$8x - 30 = 6x$

$7x + 10 = 4x - 17$

Ordena de mayor a menor:

$-7$, 24, 12, 1/3, 0, $-4/7$, 8, $-3$.

Realiza las siguientes operaciones:

$24 + 31 =$

$54 - 87 =$

$(-24) \times (-7) =$

$8(x^2 - 1) - 5(x + 3) - x^3(3 + 2x) =$

Compara los siguientes pares de números, pon en el cuadro el símbolo (<, > ó =) correspondiente:

2 $\square$ 11 3 $\square$ $-7$ 1/5 $\square$ 1/3 $-6$ $\square$ $-19$

$3^2$ $\square$ 9 $(-1)^3$ $\square$ $-1$ $-43$ $\square$ $-16$ 0,38 $\square$ 0,35

*Luis Fernando Bohórquez* Grado 11. Enero 30/2015
http://profefercho.blogspot.com trabajoestudiante500@gmail.com

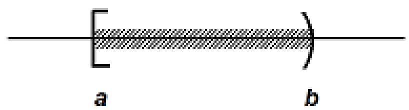
**INSTITUCIÓN EDUCATIVA**
***"Francisco Luis Hernández Betancur"***

| MATEMÁTICAS | DESIGUALDADES E INECUACIONES | |
|---|---|---|
| Diagnóstico | GRADO UNDÉCIMO | Página 2 de 2 |

Sitúa en la recta real los siguientes números:

−3/5, 16, 0, 7/4, −6/3, 5/9, −4.

Sabiendo que [a, b) se representa en la recta numérica como:




Representa:

(a, b) ____________________________________

(a, b] ____________________________________

[a,+∞ ) ____________________________________

(−∞, b) ____________________________________

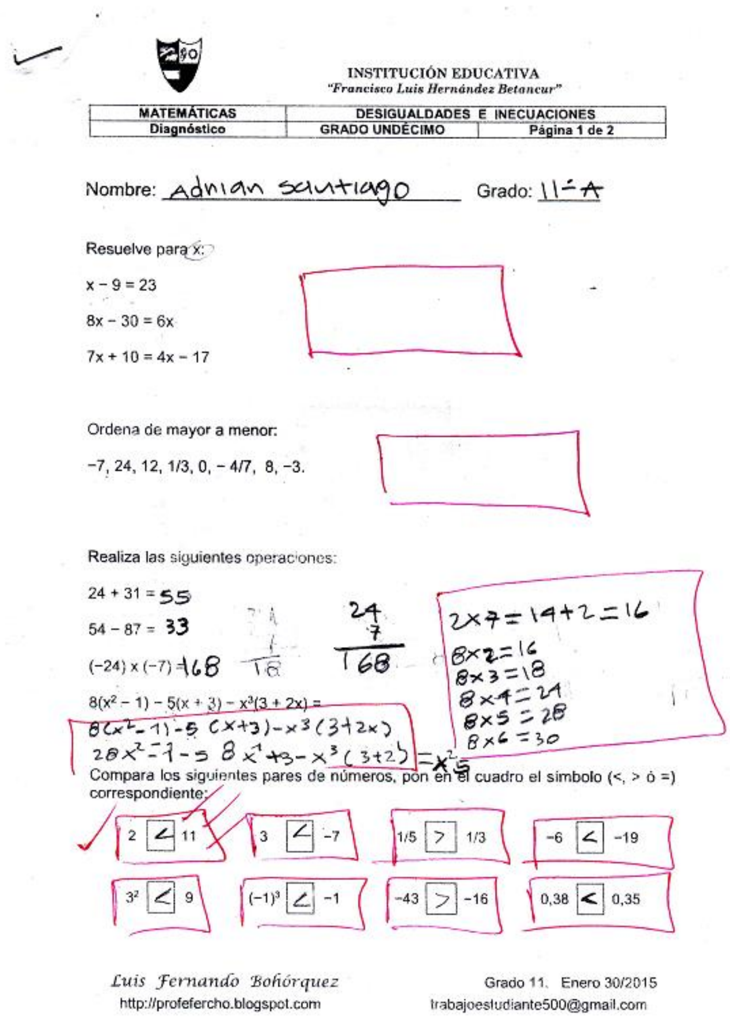
Resuelve para x:

$3x - 3 > x + 7$

$6 - 2x > -5$

*Luis Fernando Bohórquez* Grado 11. Enero 30/2015
http://profefercho.blogspot.com trabajoestudiante500@gmail.com

# C. Anexo: Pruebas diagnóstico realizadas.



INSTITUCIÓN EDUCATIVA
*"Francisco Luis Hernández Betancur"*

| | | |
|---|---|---|
| MATEMÁTICAS | DESIGUALDADES E INECUACIONES | |
| Diagnóstico | GRADO UNDÉCIMO | Página 1 de 2 |

Nombre: Adrian santiago Grado: 11-A

Resuelve para x:

$x - 9 = 23$

$8x - 30 = 6x$

$7x + 10 = 4x - 17$

Ordena de mayor a menor:

$-7, 24, 12, 1/3, 0, -4/7, 8, -3.$

Realiza las siguientes operaciones:

$24 + 31 =$ 55

$54 - 87 =$ 33

$(-24) \times (-7) =$ 168

$8(x^2 - 1) - 5(x + 3) - x^3(3 + 2x) =$

$8(x^2-1)-5(x+3)-x^3(3+2x)$

$28x^2-1-5\ 8x^1+3-x^3(3+2)=x^2_5$

$2\times7=14+2=16$
$8\times2=16$
$8\times3=18$
$8\times4=24$
$8\times5=28$
$8\times6=30$

Compara los siguientes pares de números, pon en el cuadro el símbolo (<, > ó =) correspondiente:

2 [<] 11   3 [<] −7   1/5 [>] 1/3   −6 [<] −19

$3^2$ [<] 9   $(-1)^3$ [<] −1   −43 [>] −16   0,38 [<] 0,35

*Luis Fernando Bohórquez* Grado 11. Enero 30/2015
http://profefercho.blogspot.com trabajoestudiante500@gmail.com

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
*"Francisco Luis Hernández Betancur"*

| | | |
|---|---|---|
| **MATEMÁTICAS** | **DESIGUALDADES E INECUACIONES** | |
| **Diagnóstico** | **GRADO UNDÉCIMO** | **Página 2 de 2** |

Sitúa en la recta real los siguientes números:

$-3/5,\ 16,\ 0,\ 7/4,\ -6/3,\ 5/9,\ -4.$

Sabiendo que [a, b) se representa en la recta numérica como:


Representa:

(a, b) a+b=(ab+ab)=ab

(a, b] a−b=(ab−ab)=ab

[a,+∞ ) a,+oo=+oo,a+oo,a=+oo,a

(−∞, b) −oo,b=−oo,b−oo,b=−oo,b

Resuelve para x:

$3x - 3 > x + 7$

$6 - 2x > -5$

*Luis Fernando. Bohórquez*
http://profefercho.blogspot.com

Grado 11. Enero 30/2015
trabajoestudiante500@gmail.com

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
*"Francisco Luis Hernández Betancur"*

| MATEMÁTICAS | DESIGUALDADES E INECUACIONES | |
|---|---|---|
| Diagnóstico | GRADO UNDÉCIMO | Página 1 de 2 |

Nombre: Andrés Estiven Sanchez Rúa Grado: 11°A

Resuelve para x:

1) $x - 9 = 23$
2) $8x - 30 = 6x$
3) $7x + 10 = 4x - 17$

$x-9=3$
$x=3-9$
$x=6$

$8x-30=6x$
$-\cancel{30}-30=6x8$
$48$

$7x+10=4x-17$
$\underbrace{+10-17}_{27}=\underbrace{4x7}_{28}$

Ordena de mayor a menor:

$-7$, 24, 12, 1/3, 0, $-4/7$, 8, $-3$.

Realiza las siguientes operaciones:

$24 + 31 =$ 55

$54 - 87 =$ 33

$(-24) \times (-7) =$ 168

$8(x^2 - 1) - 5(x + 3) - x^3(3 + 2x) =$

$8(4-1)-5(1+3)-1(3+4$

5a 8-3

54
87 −
33

Compara los siguientes pares de números, pon en el cuadro el símbolo (<, > ó =) correspondiente:

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 8 | 11 | 3 | 6 | $-7$ | 1/5 | 65 | 1/3 | $-6$ | 12 | $-19$ |
| $3^2$ | 9 | 9 | $(-1)^3$ | $-1$ | $-1$ | $-43$ | 44 | $-16$ | 0,38 | 0,32 | 0,35 |

**INSTITUCIÓN EDUCATIVA**
*"Francisco Luis Hernández Betancur"*

| | | |
|---|---|---|
| **MATEMÁTICAS** | **DESIGUALDADES E INECUACIONES** | |
| **Diagnóstico** | **GRADO UNDÉCIMO** | **Página 2 de 2** |

Sitúa en la recta real los siguientes números:

$-3/5$, 16, 0, $7/4$, $-6/3$, $5/9$, $-4$.

Sabiendo que [a, b) se representa en la recta numérica como:

*a* *b*

Representa:

(a, b) ______________________

(a, b] ______________________

[a,+∞ ) ______________________

(−∞, b) ______________________

Resuelve para x:

$3x - 3 > x + 7$

$6 - 2x > -5$

*Luis Fernando Bohórquez*
http://profefercho.blogspot.com

Grado 11. Enero 30/2015
trabajoestudiante500@gmail.com

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
*"Francisco Luis Hernández Betancur"*

| MATEMÁTICAS | DESIGUALDADES E INECUACIONES | |
|---|---|---|
| Diagnóstico | GRADO UNDÉCIMO | Página 1 de 2 |

Nombre: Aura Cristina Franco Grado: 11A

Resuelve para x:

$x - 9 = 23$ $x = \cancel{-9-9} = 23 + 9$ $x = 32.$

$8x - 30 = 6x$ $x = +28$

$7x + 10 = 4x - 17$ $x = 4$

17 − 13

−4

17
−13
04

Ordena de mayor a menor:

$-7, 24, 12, 1/3, 0, -4/7, 8, -3.$

NOSE

Realiza las siguientes operaciones:

$24 + 31 = 55$

$54 - 87 = -33$

$(-24) \times (-7) = 168$

$8(x^2 - 1) - 5(x + 3) - x^3(3 + 2x) = -1473$

Compara los siguientes pares de números, pon en el cuadro el símbolo (<, > ó =) correspondiente:

$2 \boxed{<} 11$ $3 \boxed{<} -7$ $1/5 \boxed{>} 1/3$ $-6 \boxed{<} -19$

$3^2 \boxed{=} 9$ $(-1)^3 \boxed{=} -1$ $-43 \boxed{>} -16$ $0{,}38 \boxed{>} 0{,}35$

$3 \times 3 = 9$

*Luis Fernando Bohórquez* Grado 11. Enero 30/2015
http://profefercho.blogspot.com trabajoestudiante500@gmail.com

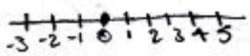
AURO CRIS 11 A

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
*"Francisco Luis Hernández Betancur"*

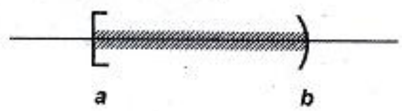
| | | |
|---|---|---|
| **MATEMÁTICAS** | **DESIGUALDADES E INECUACIONES** | |
| **Diagnóstico** | **GRADO UNDÉCIMO** | **Página 2 de 2** |

Sitúa en la recta real los siguientes números:

−3/5, 16, 0, 7/4, −6/3, 5/9, −4.




Sabiendo que [a, b) se representa en la recta numérica como:




Representa:

(a, b) ____________________

(a, b] ____________________

[a,+∞ ) ____________________

(−∞, b) ____________________

Resuelve para x:

$3x - 3 > x + 7$

$6 - 2x > -5$

*Luis Fernando Bohórquez*
http://profefercho.blogspot.com

Grado 11. Enero 30/2015
trabajoestudiante500@gmail.com

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
*"Francisco Luis Hernández Betancur"*

| MATEMÁTICAS | DESIGUALDADES E INECUACIONES | |
|---|---|---|
| Diagnóstico | GRADO UNDÉCIMO | Página 1 de 2 |

Nombre: M Camila castañeda Grado: 11 A

Resuelve para x:

$x - 9 = 23$

$8x - 30 = 6x$

$7x + 10 = 4x - 17$

$x - 9 + 9 = 23 + 9$

$x = 32$

$8x - 30 + 30$

Ordena de mayor a menor:

−7, 24, 12, 1/3, 0, − 4/7, 8, −3.

Realiza las siguientes operaciones:

$24 + 31 = 55$

$54 - 87 = 33$

$(-24) \times (-7) = 168$

$8(x^2 - 1) - 5(x + 3) - x^3(3 + 2x) = -1473$

Compara los siguientes pares de números, pon en el cuadro el símbolo (<, > ó =) correspondiente:

2 $\boxed{<}$ 11 3 $\boxed{<}$ −7 1/5 $\boxed{>}$ 1/3 −6 $\boxed{<}$ −19

$3^2$ $\boxed{=}$ 9 $(-1)^3$ $\boxed{=}$ −1 −43 $\boxed{>}$ −16 0,38 $\boxed{>}$ 0,35

*Luis Fernando Bohórquez* Grado 11. Enero 30/2015
http://profefercho.blogspot.com trabajoestudiante500@gmail.com

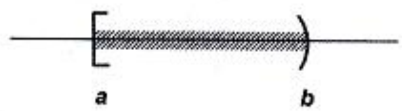
**INSTITUCIÓN EDUCATIVA**
*"Francisco Luis Hernández Betancur"*

| MATEMÁTICAS | DESIGUALDADES E INECUACIONES | |
|---|---|---|
| Diagnóstico | GRADO UNDÉCIMO | Página 2 de 2 |

Sitúa en la recta real los siguientes números:

$-3/5$, $16$, $0$, $7/4$, $-6/3$, $5/9$, $-4$.

Sabiendo que [a, b) se representa en la recta numérica como:




Representa:

(a, b) ________________________________

(a, b] ________________________________

[a,+∞ ) ________________________________

(−∞, b) ________________________________

Resuelve para x:

$3x - 3 > x + 7$

$6 - 2x > -5$

*Luis Fernando Bohórquez*
http://profefercho.blogspot.com

Grado 11. Enero 30/2015
trabajoestudiante500@gmail.com

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
*"Francisco Luis Hernández Betancur"*

| MATEMÁTICAS | DESIGUALDADES E INECUACIONES | |
|---|---|---|
| Diagnóstico | GRADO UNDÉCIMO | Página 1 de 2 |

Nombre: Cristian Dominguez Taborda Grado: 11 A

Resuelve para x:

$x - 9 = 23$

$8x - 30 = 6x$

$7x + 10 = 4x - 17$

$x - 9 = 3$
$-9 + 9 = 3 - 9$
0 6

$x - 9 = 3$
$x = 3 = 9$
$x = 6$
$-30 - 30 = 6x8$
$-0$ 48

$7x + 10 = 4x - 17$
$+10 - 17 = 4x7$
27 28

Ordena de mayor a menor:

−7, 24, 12, 1/3, 0, − 4/7, 8, −3.

$+10 - 17 = 4x7$
27 28

+77
+10
77

Realiza las siguientes operaciones:

$24 + 31 =$ 55

$54 - 87 =$ −33

$(-24) \times (-7) =$ 168

$8(x^2 - 1) - 5(x + 3) - x^3(3 + 2x) =$

Compara los siguientes pares de números, pon en el cuadro el símbolo (<, > ó =) correspondiente:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 $\boxed{9}$ 11 | 3 $\boxed{6}$ −7 | 1/5 $\boxed{6,5}$ 1/3 | −6 $\boxed{72}$ −19 |
| $3^2$ $\boxed{3}$ 9 | $(-1)^3$ $\boxed{-2}$ −1 | −43 $\boxed{44}$ −16 | 0,38 $\boxed{0,33}$ 0,35 |

*Luis Fernando Bohórquez* Grado 11. Enero 30/2015
http://profefercho.blogspot.com trabajoestudiante500@gmail.com

**INSTITUCIÓN EDUCATIVA**
*"Francisco Luis Hernández Betancur"*

| | | |
|---|---|---|
| **MATEMÁTICAS** | **DESIGUALDADES E INECUACIONES** | |
| **Diagnóstico** | **GRADO UNDÉCIMO** | **Página 2 de 2** |

Sitúa en la recta real los siguientes números:

$-3/5$, $16$, $0$, $7/4$, $-6/3$, $5/9$, $-4$.

?

Sabiendo que [a, b) se representa en la recta numérica como:


Representa:

(a, b) ____________________

(a, b] ____________________

[a,+∞ ) ____________________

(−∞, b) ____________________

Resuelve para x:

$3x - 3 > x + 7$

$6 - 2x > -5$

*Luis Fernando Bohórquez*
http://profefercho.blogspot.com

Grado 11. Enero 30/2015
trabajoestudiante500@gmail.com

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
*"Francisco Luis Hernández Betancur"*

| MATEMÁTICAS | DESIGUALDADES E INECUACIONES | |
|---|---|---|
| Diagnóstico | GRADO UNDÉCIMO | Página 1 de 2 |

Nombre: Cristian Jaramillo Castaño Grado: 11-4

Resuelve para x:

x − 9 = 23  x−9+9+5=23

8x − 30 = 6x  8x−8x 30+30=6x

7x + 10 = 4x − 17

18−7 10−27=1

Ordena de mayor a menor:

−7, 24, 12, 1/3, 0, − 4/7, 8, −3.

-4/3,1/3,-3,-7,0,8,12,24

Realiza las siguientes operaciones:

24 + 31 = 55

54 − 87 = −33

(−24) x (−7) = 168

$8(x^2 - 1) - 5(x + 3) - x^3(3 + 2x) =$

1x1=1
1x2=2
1x3=3

Compara los siguientes pares de números, pon en el cuadro el símbolo (<, > ó =) correspondiente:

2 $\boxed{<}$ 11  3 $\boxed{<}$ −7  1/5 $\boxed{>}$ 1/3  −6 $\boxed{<}$ −19

$3^2$ $\boxed{=}$ 9  $(-1)^3$ $\boxed{=}$ −1  −43 $\boxed{>}$ −16  0,38 $\boxed{>}$ 0,35

*Luis Fernando Bohórquez*
http://profefercho.blogspot.com
Grado 11. Enero 30/2015
trabajoestudiante500@gmail.com

INSTITUCIÓN EDUCATIVA

*"Francisco Luis Hernández Betancur"*

| | | |
|---|---|---|
| **MATEMÁTICAS** | **DESIGUALDADES E INECUACIONES** | |
| **Diagnóstico** | **GRADO UNDÉCIMO** | **Página 2 de 2** |

Sitúa en la recta real los siguientes números:

−3/5, 16, 0, 7/4, −6/3, 5/9, −4.

Sabiendo que [a, b) se representa en la recta numérica como:


Representa:

(a, b) ____________________

(a, b] ____________________

[a,+∞ ) ____________________

(−∞, b) ____________________

Resuelve para x:

$3x - 3 > x + 7$

$6 - 2x > -5$

*Luis Fernando Bohórquez*
http://profefercho.blogspot.com

Grado 11. Enero 30/2015
trabajoestudiante500@gmail.com

INSTITUCIÓN EDUCATIVA

*"Francisco Luis Hernández Betancur"*

| | | |
|---|---|---|
| MATEMÁTICAS | DESIGUALDADES E INECUACIONES | |
| Diagnóstico | GRADO UNDÉCIMO | Página 1 de 2 |

Nombre: Diego A. Idarraga Pinillos Grado: 11ºA

Resuelve para x:

$x - 9 = 23$ $x-9+9=18+5=23$

$8x - 30 = 6x$

$7x + 10 = 4x - 17$

Ordena de mayor a menor:

$-7,\ 24,\ 12,\ 1/3,\ 0,\ -4/7,\ 8,\ -3.$

$-4/7, -7, -3, 0, 8, 12, 24, 1/3$

Realiza las siguientes operaciones:

$24 + 31 =$ 55

$54 - 87 =$ 33

$(-24) \times (-7) =$ 168

$8(x^2 - 1) - 5(x + 3) - x^3(3 + 2x) =$

Compara los siguientes pares de números, pon en el cuadro el símbolo (<, > ó =) correspondiente:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $2 \boxed{<} 11$ | $3 \boxed{<} -7$ | $1/5 \boxed{>} 1/3$ | $-6 \boxed{<} -19$ |
| $3^2 \boxed{=} 9$ | $(-1)^3 \boxed{=} -1$ | $-43 \boxed{>} -16$ | $0{,}38 \boxed{>} 0{,}35$ |

*Luis Fernando Bohórquez*
http://profefercho.blogspot.com

Grado 11. Enero 30/2015
trabajoestudiante500@gmail.com

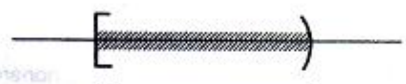
INSTITUCIÓN EDUCATIVA
*"Francisco Luis Hernández Betancur"*

| | | |
|---|---|---|
| MATEMÁTICAS | DESIGUALDADES E INECUACIONES | |
| Diagnóstico | GRADO UNDÉCIMO | Página 2 de 2 |

Sitúa en la recta real los siguientes números:

−3/5, 16, 0, 7/4, −6/3, 5/9, −4.

Sabiendo que [a, b) se representa en la recta numérica como:




Representa:

(a, b) ____________________

(a, b] ____________________

[a,+∞ ) ____________________

(−∞, b) ____________________

Resuelve para x:

$3x - 3 > x + 7$

$6 - 2x > -5$

*Luis Fernando Bohórquez*
http://profefercho.blogspot.com

Grado 11. Enero 30/2015
trabajoestudiante500@gmail.com

# D. Anexo: Prueba de verificación 1.

**INSTITUCIÓN EDUCATIVA**
***Francisco Luis Hernández Betancur***

OPERACIONES CON ENTEROS <u>11A</u>
Verificación febrero 17 de 2015

Ordena de mayor a menor los siguientes enteros:

(-7) , (+2) , 0 , (-15) , (+4) , (-3)

Ordena de menor a mayor los siguientes enteros:

(+6) , (-3) , 0 , (-4) , (-8) , (+2)

Realiza las siguientes operaciones:

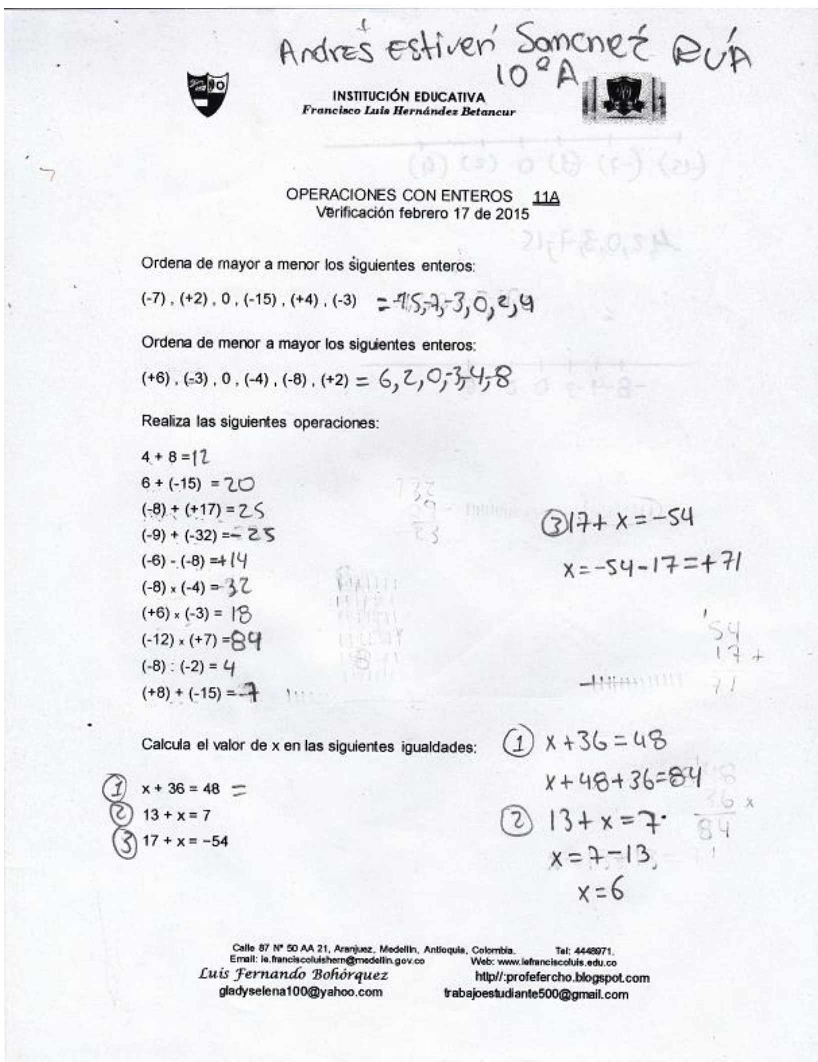
4 + 8 =
6 + (-15) =
(-8) + (+17) =
(-9) + (-32) =
(-6) - (-8) =
(-8) x (-4) =
(+6) x (-3) =
(-12) x (+7) =
(-8) : (-2) =
(+8) + (-15) =

Calcula el valor de x en las siguientes igualdades:

x + 36 = 48
13 + x = 7
17 + x = −54

Calle 87 Nº 50 AA 21, Aranjuez, Medellín, Antioquia, Colombia. Tel: 4448971.
Email: ie.franciscoluishern@medellin.gov.co Web: www.iefranciscoluis.edu.co
*Luis Fernando Bohórquez* http//:profefercho.blogspot.com
gladyselena100@yahoo.com trabajoestudiante500@gmail.com

# E. Anexo: Algunas de las pruebas de verificación 1.



Andres estiven Sancnez RUA
10°A

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
*Francisco Luis Hernández Betancur*

OPERACIONES CON ENTEROS 11A
Verificación febrero 17 de 2015

Ordena de mayor a menor los siguientes enteros:

(-7) , (+2) , 0 , (-15) , (+4) , (-3) = -15,-7,-3,0,2,4

Ordena de menor a mayor los siguientes enteros:

(+6) , (-3) , 0 , (-4) , (-8) , (+2) = 6,2,0,-3,-4,-8

Realiza las siguientes operaciones:

4 + 8 = 12
6 + (-15) = 20
(-8) + (+17) = 25
(-9) + (-32) = -25
(-6) - (-8) = +14
(-8) x (-4) = 32
(+6) x (-3) = 18
(-12) x (+7) = 84
(-8) : (-2) = 4
(+8) + (-15) = -7

Calcula el valor de x en las siguientes igualdades:

1. x + 36 = 48 =
2. 13 + x = 7
3. 17 + x = -54

3. 17 + x = -54
x = -54 - 17 = +71

1. x + 36 = 48
x + 48 + 36 = 84

2. 13 + x = 7
x = 7 - 13
x = 6

Calle 87 N° 50 AA 21, Aranjuez, Medellín, Antioquia, Colombia. Tel: 4448971.
Email: ie.franciscoluishern@medellin.gov.co Web: www.iefranciscoluis.edu.co
*Luis Fernando Bohórquez* http//:profefercho.blogspot.com
gladyselena100@yahoo.com trabajoestudiante500@gmail.com

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
*Francisco Luis Hernández Betancur*

OPERACIONES CON ENTEROS **11A**
Verificación febrero 17 de 2015

(-7) > (+2) (-15) > (+4)

Ordena de mayor a menor los siguientes enteros: (-3) < (+4)

(-7) , (+2) , 0 , (-15) , (+4) , (-3)

−3 −7 +15 0 +2 +4

Ordena de menor a mayor los siguientes enteros:

(+6) , (-3) , 0 , (-4) , (-8) , (+2)

−3 −4 −8 0 +2 +6

Realiza las siguientes operaciones:

4 + 8 = 12 (-3) < (+6)
6 + (-15) = 31
(-8) + (+17) = 25 (-4) > (+2)
(-9) + (-32) = 40 (-8) > (+6)
(-6) - (-8) = 14
(-8) x (-4) = 24
(+6) x (-3) = 15
(-12) x (+7) = 84
(-8) : (-2) = 10
(+8) + (-15) = 23

Calcula el valor de x en las siguientes igualdades:

x + 36 = 48 36 + 12 = 48
13 + x = 7 10 + 3 = 7
17 + x = −54 17 x 4 = 54

Calle 87 N° 50 AA 21, Aranjuez, Medellín, Antioquia, Colombia Tel: 4448971.
Email: ie.franciscoluishern@medellin.gov.co Web: www.iefranciscoluis.edu.co
*Luis Fernando Bohórquez*
gladyselena100@yahoo.com
http//:profefercho.blogspot.com
trabajoestudiante500@gmail.com

$- \cdot + = -$
$+ \cdot - = -$
$- \cdot - = +$
$+ \cdot + = +$

AURA CRISTINA 11A

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
*Francisco Luis Hernández Betancur*

OPERACIONES CON ENTEROS 11A
Verificación febrero 17 de 2015

Ordena de mayor a menor los siguientes enteros:

(-7) , (+2) , 0 , (-15) , (+4) , (-3)   +4, +2, 0 -3 -7 -15

Ordena de menor a mayor los siguientes enteros:

(+6) , (-3) , 0 , (-4) , (-8) , (+2)   -3, -4, -8, 0, +2, +6

Realiza las siguientes operaciones:

4 + 8 = 12
6 + (-15) = -90
(-8) + (+17) = -7
(-9) + (-32) = -41
(-6) - (-8) = 2
(-8) x (-4) = 32
(+6) x (-3) = -18
(-12) x (+7) = -84
(-8) : (-2) = +4
(+8) + (-15) = -23

Calcula el valor de x en las siguientes igualdades:

x + 36 = 48   x 48 - 36 = 12
13 + x = 7   13 - 7 =
17 + x = -54

Calle 87 Nº 50 AA 21, Aranjuez, Medellín, Antioquia, Colombia. Tel: 4448971.
Email: ie.franciscoluishern@medellin.gov.co Web: www.iefranciscoluis.edu.co
*Luis Fernando Bohórquez* http//:profefercho.blogspot.com
gladyselena100@yahoo.com trabajoestudiante500@gmail.com

Mª Camila Castañeda P
11A.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
*Francisco Luis Hernández Betancur*

OPERACIONES CON ENTEROS 11A
Verificación febrero 17 de 2015

Ordena de mayor a menor los siguientes enteros:

(-7) , (+2) , 0 , (-15) , (+4) , (-3)    4, 2, 0, -3, -7, -15

Ordena de menor a mayor los siguientes enteros:

(+6) , (-3) , 0 , (-4) , (-8) , (+2)    -8, -4, -3, 0, 2, 6

Realiza las siguientes operaciones:

4 + 8 = 12
6 + (-15) = - 9
(-8) + (+17) = 23
(-9) + (-32) = + 23
(-6) - (-8) = - 2
(-8) x (-4) = 32
(+6) x (-3) = -18
(-12) x (+7) = + 84
(-8) : (-2) = 4
(+8) + (-15) = -7

Calcula el valor de x en las siguientes igualdades:

12
x + 36 = 48
6
13 + x = 7
17 + x = −54
37

x + 36 = 48
x = 36 - 36 = 48 - 36
x = 12

13 + x = 7
13 + x = 7 - 13
x = 6

17 + x = -54
17 + x = -54
x = -37

Calle 87 Nº 50 AA 21, Aranjuez, Medellín, Antioquia, Colombia. Tel: 4448971.
Email: ie.franciscoluishern@medellin.gov.co Web: www.iefranciscoluis.edu.co
*Luis Fernando Bohórquez* http//:profefercho.blogspot.com
gladyselena100@yahoo.com trabajoestudiante500@gmail.com

Diego Zapata 11°A.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
*Francisco Luis Hernández Betancur*

OPERACIONES CON ENTEROS 11A
Verificación febrero 17 de 2015

Ordena de mayor a menor los siguientes enteros: -15 -7 -3 0 2 4

(-7) , (+2) , 0 , (-15) , (+4) , (-3) = -15 -7 -3 0 2 4.

Ordena de menor a mayor los siguientes enteros: -8 -4 -3 0 2 6

(+6) , (-3) , 0 , (-4) , (-8) , (+2) =
-8 -4 -3 0 2 6.

Realiza las siguientes operaciones:

4 + 8 = 12.
6 + (-15) = 9
(-8) + (+17) = -8 - 17 = .25
(-9) + (-32) = -9 - 32 = 41
(-6) - (-8) = -6 + 8 = -2.
(-8) x (-4) = - 8 + x = -4 → x = 4
(+6) x (-3) = +6 + x = -3 → x = 3
(-12) x (+7) = -12 + x = +7 → x = 5
(-8) : (-2) = x = 4
(+8) + (-15) = +8 - 15 = 13

Calcula el valor de x en las siguientes igualdades:

x + 36 = 48
13 + x = 7
17 + x = -54

x + 36 = 48
x = -12
12 + 36 = 48

3 + x = 7
x = -4
3 - 4 = 7

17 + x = -54
x = 37

Calle 87 N° 50 AA 21, Aranjuez, Medellín, Antioquia, Colombia. Tel: 4448971.
Email: ie.franciscoluishern@medellin.gov.co Web: www.iefranciscoluis.edu.co
*Luis Fernando Bohórquez* http//:profefercho.blogspot.com
gladyselena100@yahoo.com trabajoestudiante500@gmail.com

Cristian Dominguez 11=A

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
*Francisco Luis Hernández Betancur*

OPERACIONES CON ENTEROS **11A**
Verificación febrero 17 de 2015

Ordena de mayor a menor los siguientes enteros:

(-7) , (+2) , 0 , (-15) , (+4) , (-3) (-5), (+2), 0, (-11), (-3)

Ordena de menor a mayor los siguientes enteros:

(+6) , (-3) , 0 , (-4) , (-8) , (+2) (-9), (-3) ,0,(-12)+ (+2)

Realiza las siguientes operaciones:

4 + 8 = 12
6 + (-15) = 21
(-8) + (+17) = +25
(-9) + (-32) = 42
(-6) - (-8) = -2
(-8) x (-4) = -12
(+6) x (-3) = -9
(-12) x (+7) = 5
(-8) : (-2) = 4
(+8) + (-15) =

Calcula el valor de x en las siguientes igualdades:

x + 36 = 48
13 + x = 7
17 + x = −54

Calle 87 N° 50 AA 21, Aranjuez, Medellín, Antioquia, Colombia. Tel: 4448971.
Email: ie.franciscoluishern@medellin.gov.co Web: www.iefranciscoluis.edu.co
*Luis Fernando Bohórquez* http//:profefercho.blogspot.com
gladyselena100@yahoo.com trabajoestudiante500@gmail.com

Elisa Charris Rics 11ºA.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
*Francisco Luis Hernández Betancur*

5

OPERACIONES CON ENTEROS 11A
Verificación febrero 17 de 2015

Ordena de mayor a menor los siguientes enteros:

(-7) , (+2) , 0 , (-15) , (+4) , (-3) → +4, +2, 0, -3, -7, -15

Ordena de menor a mayor los siguientes enteros:

(+6) , (-3) , 0 , (-4) , (-8) , (+2) → -8, -4, -3, 0 , +2, +6

Realiza las siguientes operaciones:

4 + 8 = 12
6 + (-15) = -16
(-8) + (+17) = - 8 + 17 = 9
(-9) + (-32) = -9 - 32 = -41
(-6) - (-8) = -6 + 8 = 2
(-8) x (-4) = +32
(+6) x (-3) = -18
(-12) x (+7) = -84
(-8) : (-2) = 4
(+8) + (-15) = +8 - 15 = -7

Calcula el valor de x en las siguientes igualdades:

| | | | |
|---|---|---|---|
| x + 36 = 48 → | x + 36 = 48 | → 13 + x = 7 | → 17 + x = -54 |
| 13 + x = 7 | x = 36 - 48 | x = 13 - 7 | x = -54 - 17 |
| 17 + x = -54 | x = 12 | x = 6 | x = 71 |

Calle 87 Nº 50 AA 21, Aranjuez, Medellín, Antioquia, Colombia. Tel: 4448971.
Email: ie.franciscoluishern@medellin.gov.co Web: www.iefranciscoluis.edu.co
*Luis Fernando Bohórquez* http//:profefercho.blogspot.com
gladyselena100@yahoo.com trabajoestudiante500@gmail.com

# F. Anexo: Prueba de verificación 2.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
*Francisco Luis Hernández Betancur*

| MATEMÁTICAS | GRADO UNDÉCIMO | PRUEBA PERIODO |
|---|---|---|
| Marzo 2015 | Periodo 1 | Página 1 de 1 |

PRUEBA DE MATEMÁTICA Grado 11A

Nombre: ________________________________ Fecha: __________

1.- Indica el número que falta en estas expresiones:

a) $24 + \_\_\_ = 36$
b) $15 - \_\_\_ = 9$
c) $12 \div \_\_\_ = 4$
d) $\_\_\_ \times 4 = 35$

2.- Encuentra un número que al sustituir la letra se verifique la igualdad:

a) $x + 2 = 6$
b) $a - 2 = 8$
c) $5 + x = 7$
d) $4 + x = 10 - 2$

3.- Halla el valor de las letras de las siguientes ecuaciones:

a) $x - 5 = 4$
b) $2 - x = -4$
c) $x + 10 = 0$
d) $t - 3 = 1$

4.- Resuelve la siguiente ecuación.

$2x + 8 = x + 25 + 8$

5.- Haz lo mismo del ejercicio anterior con estos otros ejercicios:

a) $3x + 23 = 2x + 59$
b) $x + 12 = 17$
c) $2x - 4 = x + 9$
d) $5x - 10 = 4x - 12$

6.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{2x}{3} = 10$
b) $3x - 4 = 24$
c) $\frac{5x}{2} + 2 = 20 + 2$

Calle 87 Nº 50 AA 21, Aranjuez, Medellín, Antioquia, Colombia. Tel: 2368970.
*Luis Fernando Bohórquez* http//:profefercho.blogspot.com
gladyselena100@yahoo.com trabajoestudiante500@gmail.com

# G. Anexo: Pruebas de verificación 2

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
*Francisco Luis Hernández Betancur*

| MATEMÁTICAS | GRADO UNDÉCIMO | PRUEBA PERIODO |
|---|---|---|
| Marzo 2015 | Periodo 1 | Página 1 de 1 |

2,5

PRUEBA DE MATEMÁTICA Grado 11A

Nombre: Aura Cristina Arango Fecha: marzo 17 2015

1.- Indica el número que falta en estas expresiones:

a) 24 + 12 = 36
b) 15 – 6 = 9
c) 12 + 3 = 4
d) 8,75 x 4 = 35
8,75

2.- Encuentra un número que al sustituir la letra se verifique la igualdad:

a) x + 2 = 6
b) a – 2 = 8
c) 5 + x = 7
d) 4 + x = 10 – 2

3.- Halla el valor de las letras de las siguientes ecuaciones:

a) x – 5 = 4
b) 2 – x = – 4
c) x + 10 = 0
d) t – 3 = 1

4.- Resuelve la siguiente ecuación.

2x + 8 = x + 25 + 8

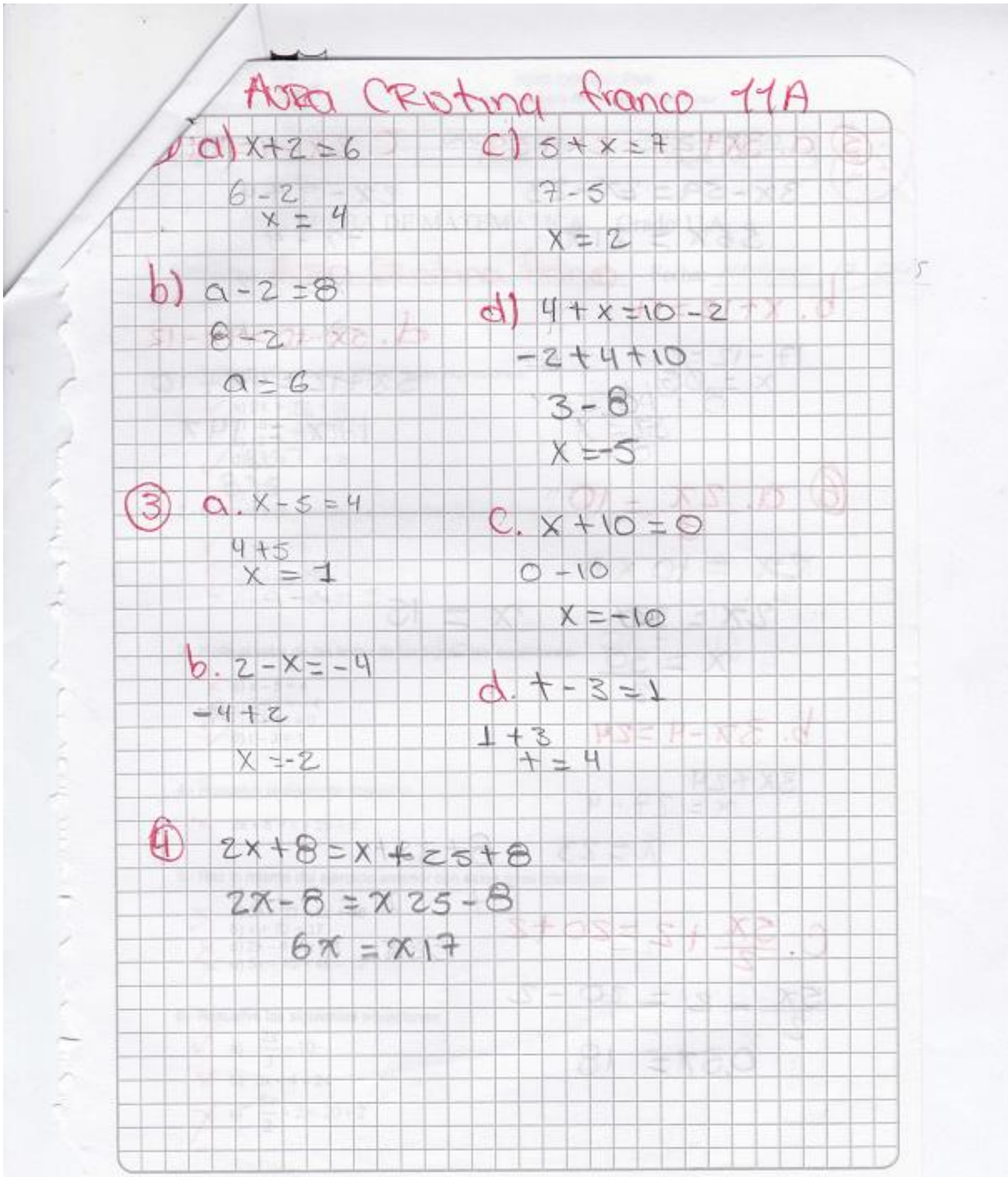
5.- Haz lo mismo del ejercicio anterior con estos otros ejercicios:

a) 3x + 23 = 2x + 59
b) x + 12 = 17
c) 2x – 4 = x + 9
d) 5x – 10 = 4x – 12

6.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{2x}{3} = 10$
b) 3x – 4 = 24
c) $\frac{5x}{2} + 2 = 20 + 2$

Calle 87 Nº 50 AA 21, Aranjuez, Medellín, Antioquia, Colombia. Tel: 2368970.
*Luis Fernando Bohórquez* http//:profefercho.blogspot.com
gladyselena100@yahoo.com trabajoestudiante500@gmail.com



Aura Cristina franco 11A

a) X+2=6
6-2
x = 4

c) 5+x=7
7-5
X = 2

b) a-2=8
8+2
a=6

d) 4+x=10-2
-2+4+10
3-8
X=-5

3 a. X-5=4
4+5
X = 1

c. X+10=0
0-10
X=-10

b. 2-X=-4
-4+2
X=-2

d. t-3=1
1+3
t=4

4 2x+8=x+25+8
2x-8=x 25-8
6x =x17

5) a. $3x+23=2x+59$

$3x-59=2x-23$

$56x=21x$

b. $x+12=17$

$17-12$

$x=\cancel{0}5$

c. $2x-4=x+9$

$2x-9+4$

$7x-4$

$x=3x$

d. $5x-10=4x-12$

$5x+12=4x+10$

$17x=14x$

6) a. $\frac{2x}{3}=10$

$2x=10\times 3$

$2x=30$ $\quad x=15$

$x=\frac{30}{2}$

b. $3x-4=24$

$3x+24$

$x=27-4$

$x=23$

c. $\frac{5x}{2}+2=20+2$

$\frac{5x}{2}-2=20-2$

$0{,}5x=18$

1,0

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
*Francisco Luis Hernández Betancur*

| MATEMÁTICAS | GRADO UNDÉCIMO | PRUEBA PERIODO |
|---|---|---|
| Marzo 2015 | Periodo 1 | Página 1 de 1 |

PRUEBA DE MATEMÁTICA Grado 11A

Nombre: Erika Julieth Garcia U Fecha: 17/03/15

1.- Indica el número que falta en estas expresiones:

- a) 24 + 12 = 36
- b) 15 − 6 = 9
- c) 12 + ___ = 4
- d) 9 x 4 = 35

2.- Encuentra un número que al sustituir la letra se verifique la igualdad:

- a) x + 2 = 6
- b) a − 2 = 8
- c) 5 + x = 7
- d) 4 + x = 10 − 2

x + 2 = 6
x + 2 − 2 = 6 − 2
4 = 4

4 + x = 10 − 2
4 + 2x = 10 + 2
6x = 12

3.- Halla el valor de las letras de las siguientes ecuaciones:

- a) x − 5 = 4
- b) 2 − x = − 4
- c) x + 10 = 0
- d) t − 3 = 1

2 − x = − 4

x − 5 = 4
x − 5 − 4
x = 4

t − 3 = −
t − 3 − 1
t

4.- Resuelve la siguiente ecuación.

2x + 8 = x + 25 + 8

5.- Haz lo mismo del ejercicio anterior con estos otros ejercicios:

- a) 3x + 23 = 2x + 59
- b) x + 12 = 17
- c) 2x − 4 = x + 9
- d) 5x − 10 = 4x − 12

3x + 23 = 2x + 59
3x − 59x = 2 − 23
−56x = −21

b) x + 12 = 17
x + 12 − 12 = 17 − 12
x = 17 − 12
x = 5

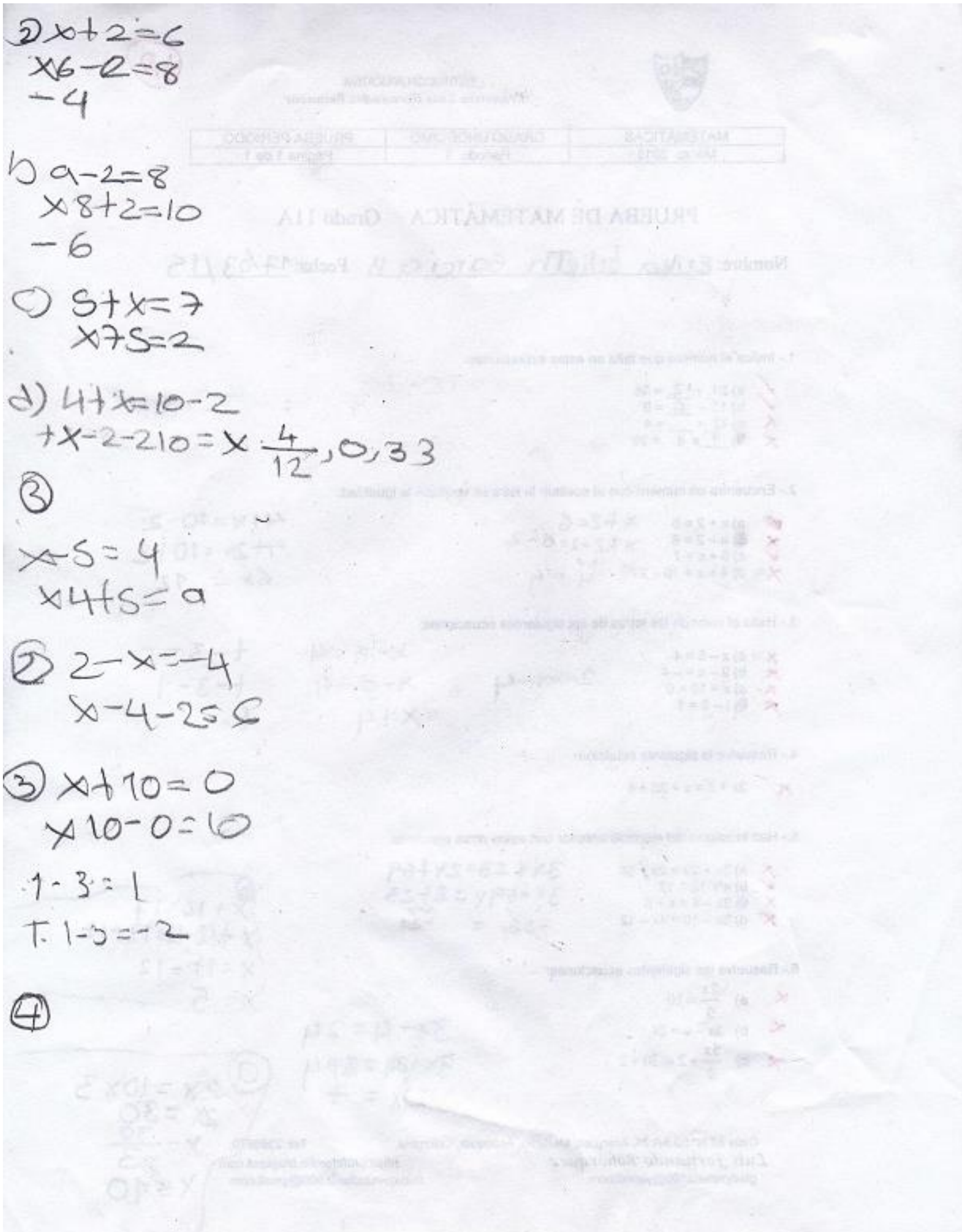
6.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a) $\frac{2x}{3} = 10$
- b) 3x − 4 = 24
- c) $\frac{5x}{2} + 2 = 20 + 2$

3x − 4 = 24
3x + 24 = 3 + 4
27x = 7

a) 2x = 10 × 3
2x = 30
x = $\frac{30}{3}$
x = 10

Calle 87 N° 50 AA 21, Aranjuez, Medellín, Antioquia, Colombia. Tel: 2368970.
*Luis Fernando Bohórquez* http//:profefercho.blogspot.com
gladyselena100@yahoo.com trabajoestudiante500@gmail.com


2) x+2=6
x6-2=8
-4

b) a-2=8
x8+2=10
-6

c) 5+x=7
x7-5=2

d) 4+x=10-2
+x-2-210=x $\frac{4}{12}$, 0,33

3)

x-5=4
x4+5=a

2) 2-x=-4
x-4-2=6

3) x+10=0
x10-0=10

1-3=1
T. 1-3=-2

4)

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
*Francisco Luis Hernández Betancur*

3.0

| MATEMÁTICAS | GRADO UNDÉCIMO | PRUEBA PERIODO |
|---|---|---|
| Marzo 2015 | Periodo 1 | Página 1 de 1 |

## PRUEBA DE MATEMÁTICA Grado 11A

Nombre: Manuela Ciro Villa Fecha: 17/marzo/2015

1.- Indica el número que falta en estas expresiones:

a) 24 + 12 = 36
b) 15 – 6 = 9
c) 12 ÷ 3 = 4
d) 8 x 4 = 35

2.- Encuentra un número que al sustituir la letra se verifique la igualdad:

a) x + 2 = 6
b) a – 2 = 8
c) 5 + x = 7
d) 4 + x = 10 – 2

3.- Halla el valor de las letras de las siguientes ecuaciones:

a) x – 5 = 4
b) 2 – x = – 4
c) x + 10 = 0
d) t – 3 = 1

4.- Resuelve la siguiente ecuación.

2x + 8 = x + 25 + 8

5.- Haz lo mismo del ejercicio anterior con estos otros ejercicios:

a) 3x + 23 = 2x + 59
b) x + 12 = 17
c) 2x – 4 = x + 9
d) 5x – 10 = 4x – 12

6.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{2x}{3} = 10$
b) 3x – 4 = 24
c) $\frac{5x}{2} + 2 = 20 + 2$

Calle 87 Nº 50 AA 21, Aranjuez, Medellín, Antioquia, Colombia. Tel: 2368970.
*Luis Fernando Bohórquez*
http//:profefercho.blogspot.com
gladyselena100@yahoo.com
trabajoestudiante500@gmail.com

②

Ⓐ $x+2=6$

$x=6-2$

$x=4$

Ⓑ

$a-2=8$

$a=8+2$

$a=10$

Ⓒ

$5+x=7$

$x=7-5$

$x=2$

D

$4+x=10-2$

$x=10-4+2$

$x=6+2$

$x=8$

③

Ⓐ $x-5=4$

$x=4+5$

$x=9$

Ⓑ $2-x=-4$

$x=-4-2$

$x=6$

Ⓒ $x+10=0$

$x=0-10$

$x=-10$

Ⓓ $t-3=1$

$t=3+1$

$t=4$

④

$2x+8=x+25+8$

$x=2x-8=25-8$

$x=-6x=17$

⑤ $3x+23=2x+59$

Ⓐ $3x-59=2x-23$

$-56x=-21$

Ⓑ $x+12=17$

$x=17-12$

$x=5$

Ⓒ $2x-4=x+9$

$x=2x+9=4$

$x=11x-4$

$x=7$

Ⓓ $5x-10=4x-12$

$5x+12=4x+10$

$17x=14x$

⑥ $\frac{2x}{3}=10$

Ⓐ $2x=10\times3$

$2x=30$

$x=\frac{30}{2}$

$x=15$

Ⓑ $3x-4=24$

$3x=24+4$

$3x=28$

$28$

Ⓒ $\frac{5x}{2}+2=20+2$

$5x=22\times2$

$x=\frac{44}{5}$

$x=88$

2,0

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
*Francisco Luis Hernández Betancur*

| MATEMÁTICAS | GRADO UNDÉCIMO | PRUEBA PERIODO |
|---|---|---|
| Marzo 2015 | Periodo 1 | Página 1 de 1 |

PRUEBA DE MATEMÁTICA Grado 11A

Nombre: Andres Estiven Sanchez EIA Fecha: 17 de Mar.

1.- Indica el número que falta en estas expresiones:

✓ a) 24 + 12 = 36
✓ b) 15 – 6 = 9
✓ c) 12 + 8 = 4
✗ d) ___ x 4 = 35

2.- Encuentra un número que al sustituir la letra se verifique la igualdad:

✓ a) x + 2 = 6
✗ b) a – 2 = 8
✓ c) 5 + x = 7
✗ d) 4 + x = 10 – 2

3.- Halla el valor de las letras de las siguientes ecuaciones:

✓ a) x – 5 = 4
✓ b) 2 – x = – 4
✗ c) x + 10 = 0
✗ d) t – 3 = 1

4.- Resuelve la siguiente ecuación.

✗ 2x + 8 = x + 25 + 8

5.- Haz lo mismo del ejercicio anterior con estos otros ejercicios:

✗ a) 3x + 23 = 2x + 59
✓ b) x + 12 = 17
✗ c) 2x – 4 = x + 9
✗ d) 5x – 10 = 4x – 12

6.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

✗ a) $\frac{2x}{3} = 10$
✗ b) 3x – 4 = 24
✗ c) $\frac{5x}{2} + 2 = 20 + 2$

Calle 87 Nº 50 AA 21, Aranjuez, Medellín, Antioquia, Colombia. Tel: 2368970.
*Luis Fernando Bohórquez* http//:profefercho.blogspot.com
gladyselena100@yahoo.com trabajoestudiante500@gmail.com

(2)

(a) $x+2=6$

$x\,6-2=$

$\boxed{x\,4}$

(b) $a-2=8$

$8+2=a$

(c) $5+x=7$

$x7+5=2$

(d) $4+x=10-2$

$+x+20-10=4+2$

$+x-1x\frac{44}{12}=933$

(3)

(a) $x-5=4$

$x4+5=9$

(b) $2-x=-4$

$-x-4-2=6$

(c) $x+10=0$

$x10-0=10$

(d) $t-3=1$

$t\,1-3=-2$

(4) $2x+8=x\,25+8$

$2x-8=25+8$

$16=33$

(5)

(A) $3x+23=2x+59$

$3x+2x=23+59$

$6=-36$

(b) $x+12=77$

$x\,77-12$

$\boxed{x\,5}$

(c) $2x-4=x+9$

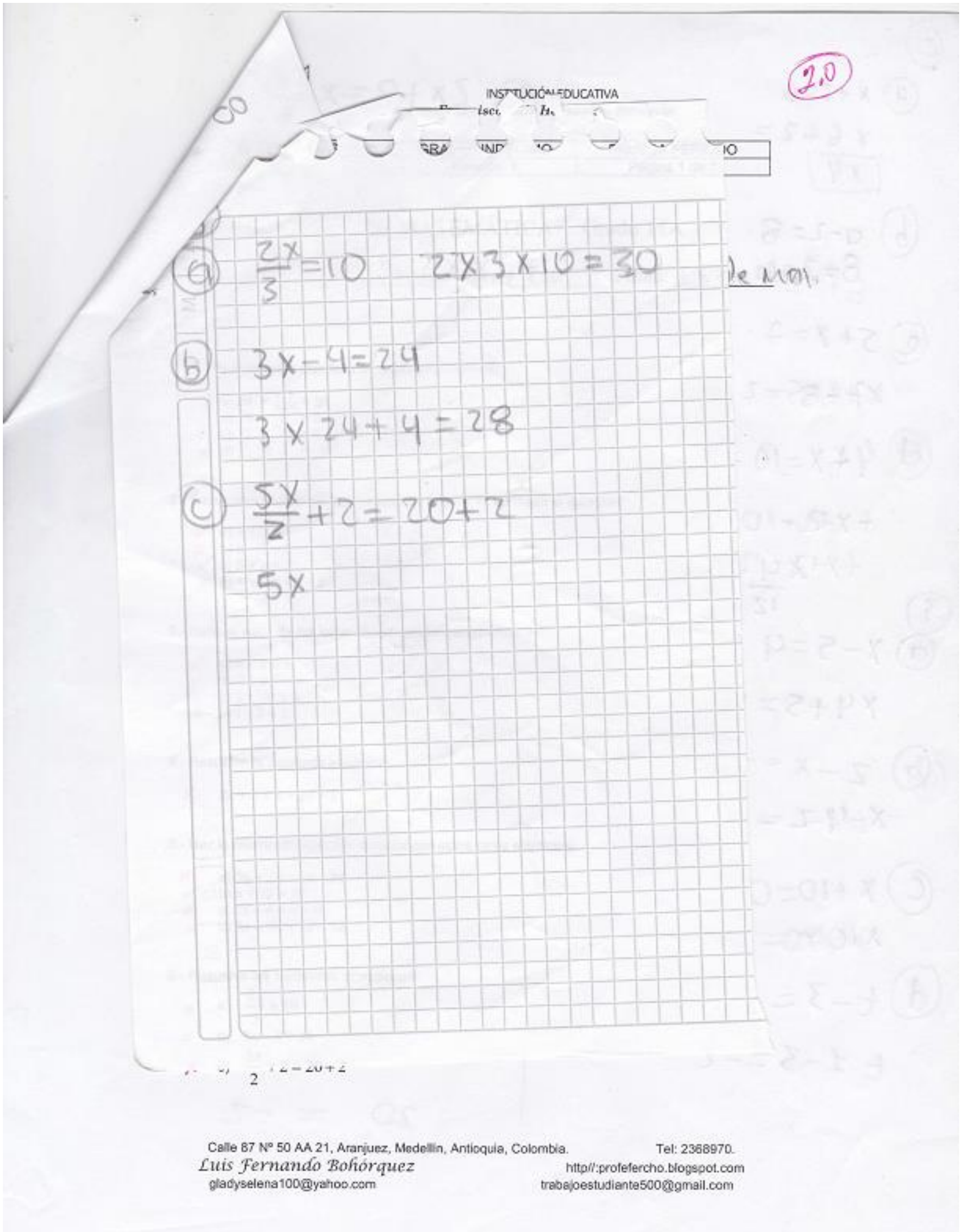
$2x+9+4=13$

$x\frac{2}{13}=0{,}75$

(d) $5x-10=4x-12$

$5x4=-12+10$

$20=-2$


2,0

INSTITUCIÓN EDUCATIVA

a) $\frac{2x}{3}=10$ $2\times3\times10=30$

b) $3x-4=24$

$3\times24+4=28$

c) $\frac{5x}{2}+2=20+2$

$5x$

Calle 67 Nº 50 AA 21, Aranjuez, Medellín, Antioquia, Colombia. Tel: 2368970.
*Luis Fernando Bohórquez* http//:profefercho.blogspot.com
gladyselena100@yahoo.com trabajoestudiante500@gmail.com